第27卷第2期
2005年6月

地球科学与环境学报
Journal of Earth Sciences and Environment

Vol. 27 No. 2
Jun. 2005

3D GIS 中空间曲线绘制方法研究

惠文华，郭新成

（长安大学 地质工程与测绘工程学院，陕西 西安 710054）

[摘要] 应用二维曲线绘制中光滑效果比较好的张力样条函数方法研究了 3D GIS 中空间曲线的绘制问题。在理论对比分析的基础上，选用某山区一段公路上的一组实测数据进行了模拟计算。结果表明，张力样条函数从理论上解决了取得空间两点间最短曲线的方法，能够很好地模拟 3D GIS 中的空间曲线，而且节点间的距离不受限制，无论整条空间曲线上相邻数据点间距差别多大，其曲线外形都是一致的。如果数据点较多，可以分若干段处理，只要相邻端点条件一致，最终的整条曲线还是光滑的。

[关键词] 3D GIS；张力样条函数；空间曲线

[中图分类号] P283.7 [文献标识码] A [文章编号] 1672-6561(2005)02-0063-03

[作者简介] 惠文华(1968－)，女，陕西蒲城人，讲师，博士研究生，从事地理信息系统和遥感教学与研究。

在地理空间中，空间实体相当复杂，因而在 GIS 中要对空间实体进行表达，必须采用一定的抽象方法。在 3D GIS 中，为表示空间实体，可将其空间属性抽象为空间点、空间曲线、空间面或体等，这是对空间实体进行可视化表达的主要理论基础。

在对空间实体的抽象表达中，空间曲线有着非常重要的地位，同时，它也是空间面和空间体生成的必要组成部分。例如，三维空间中的等高线、三维实体如道路、各种管线的空间位置等都需要空间曲线来描述；空间面如数字地面模型、地面虚拟场景中空间实体的各种表面需要用空间曲线来构建。

目前，二维 GIS 中平面曲线的生成都是用折线来代替，也就是在样本点之间通过计算插入足够的模拟点，然后将这些点用直线连接形成折线，但对曲线的光滑性有特别的要求，即不能影响可视化表达的效果。主要有拉格朗日插值法、牛顿插值法、埃尔米特插值法以及样条插值法[1]。一般来讲，高次插值的效果较差，所以，实践中常用分段低次多项式特别是样条函数插值[2]。而张力样条函数则因其独有的特性，非常适合于 GIS 中常见的大挠度曲线的绘制。因此，笔者主要研究 3D GIS 中绘制空间曲线的张力样条函数插值方法。

1 绘制空间曲线的张力样条函数法

3D GIS 中空间曲线绘制的问题实质上就是：绘制一条经过特征点(x_1, y_1, z_1)，(x_2, y_2, z_2)，…，(x_n, y_n, z_n)的光滑曲线。张力样条函数的主要特征是具有一个张力系数 σ，通过选择适当的 σ 可使得曲线上特征点间的曲线为最短，就好象在整条曲线的两端各有一个拉力把曲线拉到合适的程序一样。

1.1 张力样条函数方法描述

假定(x_1, y_1)，(x_2, y_2)，(x_n, y_n)，是平面上 n 个特征点的坐标，并满足 $x_1 < x_2 < \cdots < x_n$，现给出一个张力系数 $\sigma(\sigma \neq 0)$，求一个具有二阶连续导数的单值函数 $y = f(x)$，并使其满足以下 2 个条件：

(1) $y_i = f(x_i)$，其中 $i = 1, 2, \cdots, n-1$。

(2) $f''(x) - \sigma^2 f(x)$ 必须是连续地在每个区间 $(x_i, x_{i+1})(i = 1, 2, \cdots, n-1)$ 上呈线性变化，即

$$f''(x) - \sigma^2 f(x) = [f''(x_i) - \sigma^2 f(y_i)] \cdot \frac{x_{i+1} - x}{h_i} + [f''(x_{i+1}) - \sigma^2 f(y_{i+1})] \frac{x - x_i}{h_i}$$

式中：$h_i = x_{i+1} - x_i$，$x_i \leqslant x \leqslant x_{i+1}$。

条件(2)中的式子是一个二阶非齐次的常系数线性微分方程，根据条件(1)的初始条件，可求得其解为：

[收稿日期] 2004-06-05

[基金项目] 陕西省自然科学基金项目(2001D09)

$$f(x)=\frac{1}{\sigma^2\sinh(\sigma h_i)}\{f''(x_i)\sinh[\sigma(x_{i+1}-x_i)]+f''(x_{i+1})\sinh[\sigma(x-x_i)]\}+\left[y_i-\frac{f''(x_i)}{\sigma^2}\right]\cdot\frac{x_{i+1}-x}{h_i}+\left[y_{i+1}-\frac{f''(x_{i+1})}{\sigma^2}\right]\frac{x-x_i}{h_i}\qquad(1)$$

式中：各特征点处的二阶导数 $f''(x_i)$ 可按如下方法求出：按式(1)求得 $f'(x)$，将节点关系式和函数的端点条件式联立，如对于非周期函数可得方程组

$$\begin{cases}a_i\dfrac{f''(x_{i-1})}{\sigma^2}+b_i\dfrac{f''(x_i)}{\sigma^2}+c_i\dfrac{f''(x_{i+1})}{\sigma^2}=d_i\\ (i=2,3,\cdots,n-1)\\ b_1\dfrac{f''(x_1)}{\sigma^2}+c_1\dfrac{f''(x_2)}{\sigma^2}=d_1\\ a_n\dfrac{f''(x_{n-1})}{\sigma^2}+b_n\dfrac{f''(x_n)}{\sigma^2}=d_n\end{cases}\qquad(2)$$

式中系数：$a_i=\dfrac{1}{h_{i-1}}-\dfrac{\sigma}{\sinh(\sigma h_{i-1})}$；$b_i=\dfrac{\sigma\cosh(\sigma h_{i-1})}{\sinh(\sigma h_{i-1})}-\dfrac{1}{h_{i-1}}+\dfrac{\sigma\cosh(\sigma h_i)}{\sinh(\sigma h_i)}-\dfrac{1}{h_i}$；$c_i=\dfrac{1}{h_i}-\dfrac{\sigma}{\sinh(\sigma h_i)}$；$d_i=\dfrac{y_{i+1}-y_i}{h_i}-\dfrac{y_i-y_{i-1}}{h_{i-1}}$，$(i=2,3,\cdots,n-1)$；$b_1=\dfrac{\sigma\cosh(\sigma h_1)}{\sinh(\sigma h_1)}-\dfrac{1}{h_1}$；$c_1=\dfrac{1}{h_1}-\dfrac{\sigma}{\sinh(\sigma h_1)}$；$d_1=\dfrac{y_2-y_1}{h_1}-y'_1$；$a_n=\dfrac{1}{h_{n-1}}-\dfrac{\sigma}{\sigma^2\sinh(\sigma h_{n-1})}$；$b_n=\dfrac{\sigma\cosh(\sigma h_{n-1})}{\sinh(\sigma h_{n-1})}-\dfrac{1}{h_{n-1}}$；$d_n=y'_n-\dfrac{y_n-y_{n-1}}{h_{n-1}}$；($y'_1$ 和 y'_n 分别为 $f(x)$ 在特征点 1 和 n 处的一阶导数，可预先给出作为端点条件)。求得方程组(2)的一组解 $\dfrac{f''(x_i)}{\sigma^2}$，$(i=1,2,\cdots,n)$ 带入式(1)得到通过 n 个特征点 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，$\cdots$，(x_n,y_n) 的张力样条函数。

3D-GIS 中的空间曲线为大挠度和多值的情况较多，所以要用参数方程

$$\begin{cases}x=x(s)\\ y=y(s)\\ z=z(s)\end{cases}$$

并且满足

$$\begin{cases}x_i=x(s_i)\\ y_i=y(s_i)\\ z_i=z(s_i)\end{cases}$$

式中：s 为累计弦长；$x(s)$，$y(s)$，$z(s)$ 都是张力样条函数，均可按前述方法求出。

1.2　绘制空间曲线的计算过程

(1)给出端点条件，端点条件与曲线类型有关。闭曲线的首末端点条件相同，开曲线则要分别给出首末端点条件。可用多种方法给出端点条件，下面给出一种方法

$$\begin{cases}x'(s_1)=\dfrac{x_2-x_1}{[y_1^2+x_1^2+z_1^2]^{1/2}}\\ y'(s_1)=\dfrac{y_2-y_1}{[y_1^2+x_1^2+z_1^2]^{1/2}}\\ z'(s_1)=\dfrac{z_2-z_1}{[y_1^2+x_1^2+z_1^2]^{1/2}}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x'(s_n)=\dfrac{x_n-x_{n-1}}{[y_n^2+x_n^2+z_n^2]^{1/2}}\\ y'(s_n)=\dfrac{y_n-y_{n-1}}{[y_n^2+x_n^2+z_n^2]^{1/2}}\\ z'(s_n)=\dfrac{z_n-z_{n-1}}{[y_n^2+x_n^2+z_n^2]^{1/2}}\end{cases}$$

(2) 计算累加弦长 s_i 和分段弦长 h_i。

$$\begin{cases}s_1=0\\ s_2=s_1+[(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2]^{1/2}\\ \vdots\\ s_i=s_{i-1}+[(x_i-x_{i-1})^2+(y_i-y_{i-1})^2+(z_i-z_{i-1})^2]^{1/2}\\ (i=1,2,\cdots,n)\end{cases}$$

$$\begin{cases}h_1=s_2-s_1\\ h_2=s_3-s_2\\ \vdots\\ h_i=s_{i+1}-s_i\quad(i=1,2,\cdots,n-1)\end{cases}$$

(3)确定张力系数 σ。当 $\sigma\to0$ 时，$f(s)$ 是标准的 3 次样条函数；当 $\sigma\to\infty$ 时，$f(s)$ 是分段线性函数。如希望所求张力样条函数类似于 3 次样条时就取小的张力系数；如希望接近线性函数就取大的张力系数。

(4) 计算方程组系数。

$$a_i=\frac{1}{h_{i-1}}-\frac{\sigma}{\sigma^2\sinh(\sigma h_{i-1})}$$

$$b_i=\frac{\sigma\cosh(\sigma h_{i-1})}{\sinh(\sigma h_{i-1})}-\frac{1}{h_{i-1}}+\frac{\sigma\cosh(\sigma h_i)}{\sinh(\sigma h_i)}-\frac{1}{h_i}$$

$$c_i=\frac{1}{h_i}-\frac{\sigma}{\sinh(\sigma h_i)}$$

$$\begin{cases}\mathrm{d}x_i=\dfrac{x_{i+1}-x_i}{h_i}-\dfrac{x_i-x_{i-1}}{h_{i-1}}\\ \mathrm{d}y_i=\dfrac{y_{i+1}-y_i}{h_i}-\dfrac{y_i-y_{i-1}}{h_{i-1}}\\ (i=2,3,\cdots,n-1)\\ \mathrm{d}z_i=\dfrac{z_{i+1}-z_i}{h_i}-\dfrac{z_i-z_{i-1}}{h_{i-1}}\end{cases}$$

$$b_1 = \frac{\sigma\cos h(\sigma h_1)}{\sin h(\sigma h_1)} - \frac{1}{h_1}$$

$$c_1 = \frac{1}{h_1} - \frac{\sigma}{\sin h(\sigma h_1)}$$

$$\begin{cases} dx_1 = \dfrac{x(2) - x(1)}{h_1} - x'(s_1) \\ dy_1 = \dfrac{y(2) - y(1)}{h_1} - y'(s_1) \\ dz_1 = \dfrac{z(2) - z(1)}{h_1} - z'(s_1) \end{cases}$$

$$a_n = \frac{1}{h_{n-1}} - \frac{\sigma}{\sigma^2\sin h(\sigma h_{n-1})}$$

$$b_n = \frac{\sigma\cos h(\sigma h_{n-1})}{\sin h(\sigma h_{n-1})} - \frac{1}{h_{n-1}}$$

$$\begin{cases} dx_n = x'(s_n) - \dfrac{x_n - x_{n-1}}{h_{n-1}} \\ dy_n = y'(s_n) - \dfrac{y_n - y_{n-1}}{h_{n-1}} \\ dz_n = z'(s_n) - \dfrac{z_n - z_{n-1}}{h_{n-1}} \end{cases}。$$

(5) 解线性方程组, 分别求未知项 $\frac{x''(s_i)}{\sigma^2}$, $\frac{y''(s_i)}{\sigma^2}$ 和 $\frac{z''(s_i)}{\sigma^2}$, $(i = 1, 2, \cdots, n)$。

(6) 计算样条曲线。

$$x(s) = \frac{x''(s_i)}{\sigma^2}\cdot\frac{\sin h(\sigma(s_{i+1} - s))}{\sin h(\sigma h_i)} + \frac{x''(S_{i+1})}{\sigma^2}\cdot\frac{\sin h(\sigma(s - s_i))}{\sin h(\sigma h_i)} + \left[x_i - \frac{x''(s_i)}{\sigma^2}\right]\cdot\frac{s_{i+1} - s}{h_i} + \left[x_{i+1} - \frac{x''(s_{i+1})}{\sigma^2}\right]\cdot\frac{s - s_i}{h_i}$$

$$y(s) = \frac{y''(s_i)}{\sigma^2}\cdot\frac{\sin h(\sigma(s_{i+1} - s))}{\sin h(\sigma h_i)} + \frac{y''(s_{i+1})}{\sigma^2}\cdot\frac{\sin h(\sigma(s - s_i))}{\sin h(\sigma h_i)} + \left[y_i - \frac{y''(s_i)}{\sigma^2}\right]\cdot\frac{s_{i+1} - s}{h_i} + \left[y_{i+1} - \frac{y''(s_{i+1})}{\sigma^2}\right]\cdot\frac{s - s_i}{h_i}$$

$$z(s) = \frac{z''(s_i)}{\sigma^2}\cdot\frac{\sin h(\sigma(s_{i+1} - s))}{\sin h(\sigma h_i)} + \frac{z''(s_{i+1})}{\sigma^2}\cdot\frac{\sin h(\sigma(s - s_i))}{\sin h(\sigma h_i)} + \left[z_i - \frac{z''(s_i)}{\sigma^2}\right]\cdot\frac{s_{i+1} - s}{h_i} + \left[z_{i+1} - \frac{z''(s_{i+1})}{\sigma^2}\right]\cdot\frac{s - s_i}{h_i}$$

$$(s_i < s < s_{i+1}, i = 1, 2, \cdots, n - 1)。$$

2 实验

实验采用由某盘山公路上一段实测的一组点的数据(表 1)。为了验证张力样条函数在三维情况下的插值效果, 采用其中的 1, 2, 4, 5, 7, 8 点为插值计算点, 3, 6 号点作为检核点。除检核插值精度外, 同时这样做也可检验在样本点间距差别较大时的插值效果。

表 1　某盘山公路上的一组点数据

Table 1　Coordinates of points in mountain road

坐标	1	2	3	4
X	70 230.1	70 105.6	70 003.2	69 878.7
Y	69 324.3	68 375.5	68 369.1	69 291.4
Z	489.9	496.3	501.5	510.3
坐标	5	6	7	8
X	69 810.7	69 776.7	69 845.3	70 001.6
Y	69 219.3	68 105.6	68 031.4	67 978.1
Z	518.4	525.1	531.9	538.2

根据上述方法, 对该段盘山公路的空间定位线进行了模拟计算, 进而再用 3, 6 号点的 X 坐标代入, 可求得该 2 点的计算坐标。计算坐标与实测坐标的误差如表 2。其精度可以满足 3D-GIS 中空间实体可视化的一般应用要求。

表 2　检核点的坐标误差

Table 2　Coordinate error of checking points

点号	ΔY	ΔX
3	1.22	0.69
6	0.76	1.97

3 结论

实验结果表明, 张力样条函数法能够很好地对 3D-GIS 中的空间曲线进行模拟, 而且从理论上解决了取得空间 2 点间最短曲线的方法, 特别适用于绘制 3D-GIS 中的各种空间曲线, 而且节点间的距离不受限制, 即无论整条空间曲线上相邻数据点间距差别多大, 其曲线外形是一致的。如果数据点较多, 可以分若干段处理, 只要相邻端点条件一致, 最终的整条曲线还是光滑的。

(下转第 69 页)

Realization of scanned image editing software

LIU Lei[1], SONG Qing-guo[1], GUO Yan[1], LIU Ji-sheng[2], ZHOU Hui[3]
(1. *School of Earth Science and Resources Management, Chang' an university, Xi' an* 710054, *China*;
2. *Geomatical Center, Shaanxi Province, Xi' an* 710054, *China*; 3. *Remote Sensing Information Center For Agriculture, Shaanxi Province, Xi' an* 710015, *China*)

Abstract: Using a case study of the editing program for scanning image, this paper discusses how to develop a map image editing software. In the software, the functions of map image accessing, storing, moving, zooming in/out, adding/deleting are implemented using VC++. Furthermore, the function of two value of vector image is realized. The paper provides an example of fast and flexible map image editing software.

Key words: bitmap; file management; bitmap edit; two valued

[英文审定: 马智民]

(上接第 65 页)

[参　考　文　献]

[1] 胡友元, 黄杏元. 计算机地图制图[M]. 北京: 测绘出版社, 1987.
[2] 邓建中, 葛仁杰, 程正兴. 计算方法[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.
[3] 张冬明, 杨永国, 付长晶, 等. 解决三维地理信息系统中可视化问题的新方案[J]. 测绘学报, 2002, 298(1): 11~13.
[4] 汤晓安, 陈敏, 孙茂印. 地景模型的简化与快速绘制方法研究[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2001, 26(4): 310~314.
[5] 李少梅, 孙群. 数字制图中地貌晕渲技术的发展现状[J]. 测绘通报, 2003, (1): 18~21.
[6] 杨元喜, 赵丽华, 吴芳华, 等. 地图数字化的精度评定与控制[J]. 解放军测绘研究所学报, 2003, 23(2): 1~4.
[7] 张渭军, 李永军, 刘向阳. 数字地面模型中等高线的自动绘制[J]. 地球科学与环境学报, 2004, 26(1): 76~78.
[8] Brovelli M A, Cannata M. Digital terrain model reconstruction in ruban areas from airborne laser scanning data: The method and the example of the Town of Pavia (Northern Italy)[A]. Proceedings of ISPRS Commission Ⅱ Symposium. Integrated Systems for Spatial Data Production, Custodian and Decision Support[C]. Xi' an, P R China, ISPRS Technical Commission Ⅱ. 2002. 43~48.

Method of drawing spatial curves in 3D GIS

HUI Wen-hua, GUO Xin-cheng
(*School of Geological Engineering and Surveying Engineering, Chang' an University, Xi' an* 710054, *China*)

Abstract: This paper studied the problem of how to draw spatial curve in 3D GIS by tension spline function that is used extensively in drawing plane curves. Based on the comparison and analysis of the theory, a test about draning a section of spatial curve with the observation data of highway around a mountain was carried out. The results indicate that with tension spline function, the problem of how to obtain the shortest curve between two points is solved in theory and spatial curve can be well analogized out of the restriction of distance between two adjoining points. At the same time, the smoothness of spatial curve is very well. If the number of points is very large several sections can be dividedfrom the carve. Only if the condition of adjoining ponts is same, the whole curve is still smooth.

Key words: 3D GIS; tension spline function; spatial curve

[英文审定: 马智民]