

含有色噪声的联邦滤波算法

吴纯洁¹, 吴文建², 杨世江³, 黄广平⁴

(1. 九江学院 土木工程与城市建设学院, 江西 九江 332005; 2. 公路一局 天津工程处 天津 300451;
3. 新疆交通科学研究所, 新疆 乌鲁木齐 830000; 4. 96164 部队 57 分队, 浙江 金华 321006)

[摘要] 基于联邦滤波算法, 通过对状态方程有色噪声的拟合和预报, 给出了含有有色噪声的联邦滤波融合算法, 并利用模拟数据进行了试算与比较。结果表明, 基于含有有色噪声的联邦滤波算法在一定程度上能够提高导航解的精度和可靠性。

[关键词] 组合导航; 联邦滤波; 有色噪声; Kalman 滤波; 数据融合

[中图分类号] P288.4; TN967.2 [文献标识码] A [文章编号] 1672-6561(2006)01-0100-04

Federated Filtering Arithmetic with Colored Noise

WU Chun jie¹, WU Wen jian², YANG Shi jiang³, HUANG Guang ping⁴

(1. School of Civil Engineering and Urban Construction, Jiujiang University, Jiujiang 332005, Jiangxi, China;
2. Department of Tianjin Engineering, No.1 Highway Bureau, Tianjin 300451, China; 3. Research Institute of
Traffic Science, Urumqi 830000, Xinjiang, China; 4. No. 57 Unit, Army 96164, Jinhua 321006, Zhejiang, China)

Abstract The accuracy and reliability of the kinematic positioning are affected by not only the random noise and systematic errors but also the colored noise related to time. Any theory or technique based on the hypothesis of Gaussian white noise ignoring the colored noise cannot guarantee the actual reliability of the parameter estimates. On the basis of federated filtering, a federated filtering with colored noise is put forward. The calculation results show that the new arithmetic will give the more actual and reliable parameter estimation of the integrated navigation system.

Key words: integrated navigation; federated filtering; colored noise; Kalman filter; data fusion

0 引言

组合导航系统的精度和可靠性除受各传感器偶然误差和系统误差的影响外, 还受时间相依的有色噪声的影响。任何基于高斯白噪声假设而忽略实际有色噪声影响的数据处理理论和方法, 均不能保证估计结果的实际可靠性。多传感器组合导航是导航定位发展的趋势, 其观测信息丰富且各传感器的观测信息一般不具有相同类型的系统误差, 于是多传感器融合导航可为减弱各传感器系统误差提供辅助信息, 并为诊断和剔除各传感器异常误差

和状态异常误差提供冗余信息, 达到从整体上提高导航定位的精度和可靠性。多传感器导航一般采用分布式滤波^[1]或联邦滤波^[2]。基于 Kalman 滤波和信息分享技术而设计的分散式联邦滤波, 以其并行数据处理技术及容错设计得到了广泛应用。理论上, 联邦滤波具有整体最优或近于最优性, 也具有较高的容错能力, 并易于应用在实时导航数据融合^[3]处理中。但该算法是建立在白噪声基础上的, 而在动态测量实践中, 观测误差和动力学模型误差往往具有空间相关或时间相关的有色噪声, 这极大地影响动态数据处理精度。因此, 有必要在动态数据处理中加入有色噪声检验和建模以消除或减弱

[收稿日期] 2005 06 24

[作者简介] 吴纯洁(1970-), 男, 湖北赤壁人, 从事大地测量学与测量工程研究。

有色噪声对状态参数估值的影响。鉴于有色状态噪声对参数估值的影响比有色观测噪声显著的多^[9], 在几何导航解的数据融合算法中只顾及有色状态噪声的影响。

基于此, 笔者在顾及扰动异常的情况下, 把有色噪声的拟合和预报应用到联邦滤波上, 对联邦滤波进行了一定的改进, 提出一种含有色噪声的联邦滤波算法。计算结果表明, 该算法能更好地提高导航解的精度。

1 联邦滤波原理及步骤

设各子系统的观测独立并且各子系统的状态方程均与主系统的状态方程一致, 若子系统模型不一致但存在公共状态, 则可以综合各子系统的状态变量写出系统整体估计的扩展 Kalman 滤波形式的状态方程, 作为各子系统及主系统的状态方程。

设状态方程为

$$X(k) = \Phi(k, k-1)X(k-1) + W(k-1) \quad (1)$$

式中: $\Phi(k, k-1)$ 为状态向量的转移矩阵; $W(k-1)$ 为系统有色噪声。

第 i 个系统的量测方程为

$$L_i(k) = A_i(k)X(k) + V_i(k) \quad (2)$$

式中: $E(V_i(k)) = 0$; $E(V_i(k)V_i^T(k)) = \sum_i(k) = P_i^{-1}(k)$; $E(V_i(k)V_j^T(k)) = 0(i \neq j)$ 。

设局部传感器滤波估值、主传感器滤波估值和全局融合导航解分别为 $X_i(k)$, $X_m(k)$ 和 $X_f(k)$, 相应的权矩阵为 $P_{X_i(k)}$, $P_{X_m(k)}$ 和 $P_{X_f(k)}$ 以及相应的噪声协方差阵分别为 $Q_i(k)$, $Q_m(k)$ 和 $Q_f(k)$ 。若 $X_i(k)$, $X_m(k)$ 统计独立, 则联邦滤波融合解为

$$P_{X_f(k)} = \sum_{i=1}^n P_{X_i(k)} + P_{X_m(k)} \quad (3)$$

$$X_f(k) = P_{X_f(k)}^{-1} \left(\sum_{i=1}^n P_{X_i(k)} X_i(k) + P_{X_m(k)} X_m(k) \right) \quad (4)$$

联邦滤波算法通常按 4 个步骤进行:

(1) 假设初始时刻全局状态估计值为 $X_f(k)$, 权矩阵为 $P_{X_f(k)}$, 根据信息守恒原理, 把这一信息通过分配因子 β_i 分配到各局部传感器和主传感器, 分配原则为

$$\begin{cases} P_{X_i(k)} = \beta_i P_{X_f(k)} \\ Q_i^{-1}(k) = \beta_i Q_f^{-1}(k) \\ X_i(k) = X_f(k) \\ (i = 1, \dots, n, m) \end{cases} \quad (5)$$

信息分配因子 β_i 满足信息守恒原理

$$\sum_{i=1}^{n,m} \beta_i = 1 \quad (6)$$

(2) 各局部滤波器和主滤波器独立进行时间更新

$$\begin{aligned} X_i(k) &= \Phi(k, k-1)X_i(k-1) \\ P_{X_i(k)} &= \Phi(k, k-1)P_{X_i(k-1)}\Phi^T(k, \\ &\quad k-1) + Q_i(k-1) \end{aligned} \quad (7)$$

(3) 各局部传感器进行量测更新

$$\begin{aligned} X_i(k) &= [I - K_i(k)A_i(k)]X_i(k) + \\ &\quad K_i(k)L_i(k) \\ K_i(k) &= P_{X_i(k)}^{-1}(k)A_i^T(k)[A_i(k) \cdot \\ &\quad P_{X_i(k)}^{-1}(k)A_i^T(k) + R(k)]^{-1} \\ P_{X_i(k)}^{-1}(k) &= [I - K_i(k)A_i(k)]P_{X_i(k)}^{-1}(k) \end{aligned} \quad (8)$$

(4) 将局部滤波器与主滤波器的估计信息按式 (4) 融合为新的全局状态估计信息, 得到全局状态估计为 $X_f(k)$, 权矩阵 $P_{X_f(k)}$ 。然后返回第 (1) 步, 将这一信息通过 β_i 再次分配到各个 LF 和 MF 中。

2 顾及有色状态噪声影响的联邦滤波融合导航解

在状态改正数序列的基础上, 可以诊断有色噪声并进行拟合。Salzmann 和 Teunissen 建议在自回归 (AR) 技术的基础上建立有色噪声模型^[3], 一维的情况为

$$\begin{aligned} dX(k) &= \beta_1 dX(k-1) + \beta_2 dX(k-2) + \\ &\quad \dots + \beta_m dX(k-m) + e^k \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $dX(k) = X(k) - X(k-1)$ 。对于整个残差序列, 式 (10) 可写成误差方程的矩阵形式

$$r = B\beta - dX \quad (11)$$

$$\text{其中 } dX = \begin{bmatrix} \delta X_{m+1} \\ \delta X_{m+2} \\ \vdots \\ \delta X_{m+n} \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}_{m \times 1}$$
$$B = \begin{bmatrix} \delta X_m & \delta X_{m-1} & \dots & \delta X_1 \\ \delta X_{m+1} & \delta X_m & \dots & \delta X_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \delta X_{m+n-1} & \delta X_{m+n-2} & \dots & \delta X_n \end{bmatrix}_{n \times m}$$

式中: dX 为伪观测向量; r 为 dX 的残差向量; B 为新的设计矩阵; 由最小二乘准则可以获得未知参数向量估值 β 和相应的协方差矩阵为

$$\beta = (B^T B)^{-1} B^T dX \tag{12}$$

$$\sum S_r = (B^T B)^{-1} \sigma_0^2 \tag{13}$$

其中
$$\sigma_0^2 = \frac{r^T r}{n - m} \tag{14}$$

获得有色状态噪声模型参数估值后,进而可以算得有色状态噪声的预报值,然后利用算得的预报值对状态方程进行修正,即可获得改进的状态参数估值。

假设基于状态改正数序列已经获得了 AR 模型的参数,则有色状态噪声的预报值可为

$$dX(k) = \beta_1 dX(k - 1) + \beta_2 dX(k - 2) + \cdots \tag{15}$$

那么改进的状态参数预报值为

$$X_m(k) = X_m(k) + dX(k) \tag{16}$$

则顾及有色状态噪声改正后的自适应融合导航解为

$$X_f(k) = P_{X_f(k)}^{-1} \left(\sum_{i=1}^n P_{X_i(k)} X_i(k) + P_{X_m(k)} X_m(k) \right) \tag{17}$$

$P_{X_f(k)}$ 表达式同式(3)。

3 计算与比较

假设载体在 X 、 Y 、 Z 轴方向的运动模型分别为

$$X = 12t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$Y = 15t + \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$Z = 13t + \frac{1}{2} a_z t^2$$

式中: t 为时间; X 、 Y 、 Z 表示相应轴向的位置,单位为 m;下标 X 、 Y 、 Z 表示轴向,加速度扰动分别满足 $a_x \sim N(0, 0.1 \text{ m}^2)$, $a_y \sim N(0, 0.2 \text{ m}^2)$ 和 $a_z \sim N(0, 0.15 \text{ m}^2)$ 。3 个观测系统同时对 X 、 Y 、 Z 方向上的位置进行连续观测,其采样间隔为 $1 \text{ s}^{[10]}$ 。观测量在 X 、 Y 、 Z 方向上的取值分别如下

传感器 1
$$X_{1j} = X + e_{x_{1j}}, X_{1j} = Y + e_{y_{1j}}, \\ Z_{1j} = Z + e_{z_{1j}}$$

传感器 2
$$X_{2j} = X + e_{x_{2j}}, Y_{2j} = Y + e_{y_{2j}}, \\ Z_{2j} = Z + e_{z_{2j}}$$

式中: e 为观测噪声; j 为某个传感器序号。各式中的噪声项 e 满足零均值,其方差分别

$$S_1 = \text{diag}[5, 10, 8] \text{ m}^2$$

$$S_2 = \text{diag}[10, 5, 6] \text{ m}^2$$

系统噪声矩阵取

$$S_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} Q \Delta t^3 & \frac{1}{2} Q \Delta t^2 \\ \frac{1}{2} Q \Delta t^2 & Q \Delta t \end{bmatrix}$$

基于以上运动模型和位置观测模型,连续生成 1 000 s 的观测值。其中速度谱密度 Q 取 $0.2 \text{ m}^2/\text{s}^3$ 。位置和速度初始方差分别取 0.2 m^2 和 $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^2$ 。状态有色噪声 W_k 模拟为一阶 Markov 模型^[9]为

$$W_k = -\frac{1}{T} W_k + e_k$$

式中: T 为相关时间,取为 1 000 s; e_k 为驱动白噪声,初始方差为 $2/T\sigma$; σ 为一阶 Markov 过程初始均方差,可取为 0.5 m。

在有色噪声的拟合预报中始终取最新的 10 个历元的状态改正数对有色状态噪声的模型系数进行拟合并取最新几个历元进行预报,且分别取 1~4 阶的 AR 模型进行比较,笔者仅给出最优模型的结果,即不含常数项的一阶 AR 模型。在此共进行 2 个方案的解算:

方案 1:有色状态噪声拟合后的联邦滤波导航解(A_FF)。

方案 2:有色状态噪声拟合前的联邦滤波导航解(B_FF)。

X 、 Y 、 Z 轴方向误差如图 1~图 3。

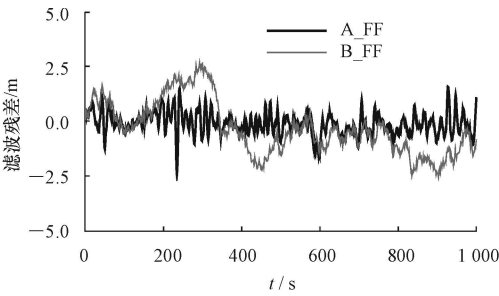


图 1 拟合前后的 X 轴误差

Fig. 1 X Axis Errors Comparison of A_FF and B_FF

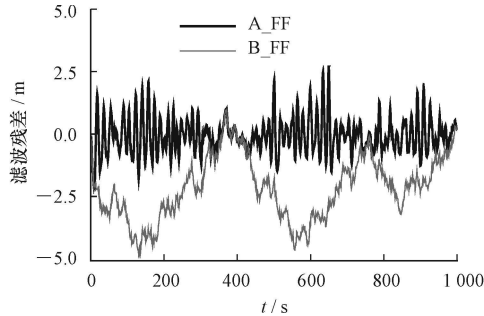


图 2 拟合前后的 Y 轴误差

Fig. 2 Y Axis Errors Comparison of A_FF and B_FF

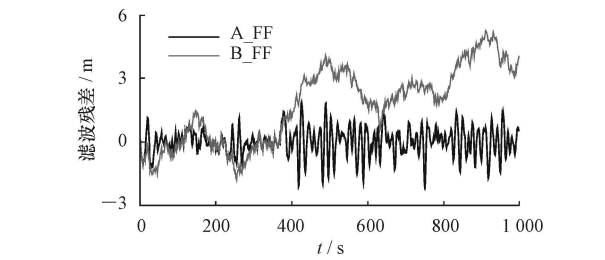


图 3 拟合前后的 Z 轴误差

Fig. 3 Z Axis Errors Comparison of A_FF and B_FF

由图 1 图 2 和表 1 可知, 有色状态噪声拟合后的联邦滤波融合解均方根误差分别为 0. 507, 0. 704, 0. 626 m, 明显优于拟合前的 1. 212, 1. 243, 1. 787 m, 所以有色状态噪声对联邦滤波融合导航解估值的影响不容忽视。在组合导航的数据融合处理中顾及有色状态噪声影响更能反映实际情况, 进一步提高导航解的精度和可靠性, 这也为组合导航数据融合处理中关于如何消除或减弱有色状态噪声的影响提供一定的理论基础。

表 1 两种误差比较

联邦滤波	均方根误差 /m			误差范围 /m		
	X 轴	Y 轴	Z 轴	X 轴	Y 轴	Z 轴
拟合后	0. 507	0. 704	0. 626	3. 982	4. 859	4. 055
拟合前	1. 212	1. 243	1. 787	5. 214	5. 799	7. 059

[参 考 文 献]

[1] Carlson N A, Berarducci M P. Federated Kalman Filter Simulation Results[J]. Journal of Institute of Navigation, 1994, 41(3): 297 - 321.

[2] Carlson N A. Federated Filter for Fault tolerant Integrated Navigation System; Proceedings of position Location and Navigation Symposium[J]. IEEE Aerospace and Electronic System, 1998, 12(4): 110 - 119.

[3] Salzm ann M, Teunissen P. Detection and Modeling of Colored Noise for Kalman Filter Applications in Kinematic Systems in Geodesy[J]. Surveying and Remote Sensing, 1991, 23(5): 15 - 23.

[4] 柏 菁. 地形辅助/惯性/GPS 组合导航系统的研究与可视化仿真[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2002.

[5] 蔡希尧, 康耀红, 卢科学, 等. 多传感器数据融合的研究现状[J]. 西安电子科技大学学报, 1994, 21(6): 101 - 107.

[6] 李兆杰, 郭呈贺, 钱文瀚. 多传感器集成融合技术[J]. 传感器技术, 1996(6): 1 - 4.

[7] 马立诚. 多传感器导航系统中的联合卡尔曼滤波[J]. 导航, 1995(4): 100 - 107.

[8] 邱红专, 张洪铖. 联邦滤波器的容错性分析与仿真[J]. 导航, 1999(3): 27 - 35.

[9] 高为广, 崔先强. 含有色噪声的几何导航解自适应融合算法[J]. 测绘科学与工程, 2004, 24(2): 5 - 8.

[10] 王腾军, 王 卫, 崔建军. GPS 观测数据格式转换研究[J]. 西安工程学院学报, 2000, 22(3): 53 - 55.

欢迎赐稿 欢迎订阅

《地球科学与环境学报》

《地球科学与环境学报》(1979 年创刊, 刊名先后为《西安地质学院学报》、《西安工程学院学报》、《长安大学学报(地球科学版) 》是教育部主管、长安大学主办的地质综合类学术期刊, 系中国科技核心期刊, 其先后被《美国化学文摘》、《美国地质学题录与索引》、《俄罗斯文摘杂志》、《中国核心期刊(遴选) 数据库》、《中国科学引文数据库》、《中国地质文摘》、《中国石油文摘》等国内外十余家著名权威文摘或数据库固定收录。

本刊刊登内容主要有基础地质与矿产地质、水文地质与工程地质、环境地质与生态地质、地球物理、地球信息科学等, 重点报道地质前缘及交叉学科的高水平科技成果, 突出西部大开发中资源勘查、干旱与半干旱地区地质与生态环境保护以及国家重要基础工程建设中重大地质科技问题。

在此, 热诚欢迎广大地学科技工作者为本刊撰写论文, 对高质量特别是国家各种基金项目或重大科技攻关项目产出的论文将优先发表。

《地球科学与环境学报》为季刊, 每季末月出版, 112 页, 每册定价 8 元, 邮发代号 52 - 280, 国外代号 Q4115, 邮局漏订者亦可直接同本刊编辑部联系。

本刊地址: 西安市雁塔路南段 126 号 长安大学雁塔校区; 邮政编码: 710054; 电话: (029)82339978; E mail: dkylxb@chd.edu.cn