地球科学与环境学报

Journal of Earth Sciences and Environment

Vol. 28No. 3 Sept. 2006

层状地基中桩的轴向静载沉降特性

江兴旺¹,邵 江²,周德培²

(1. 中交第一公路勘察设计研究院,陕西西安710075;2. 西南交通大学土木工程学院,四川成都610031)

[摘要] 采用双折线荷载传递函数,根据桩在竖向静载下的荷载分布与传递规律,运用功的互等定律,导出了一组确定层状地基中桩的轴向荷载-沉降曲线的解析简化递推算式,可根据桩侧介质的分布情况和桩的形状对桩进行 沉降分析模拟,能较精确确定桩的轴向静载-沉降曲线,同时推导了桩顶刚度系数的迭代公式,以此为基础可确定 桩的承载力。结合运用实例进行了论证,说明了方法的有效性和正确性。

[关键词] 层状地基;功的互等定律;轴向静载;沉降分析 [中图分类号] TU431 [文献标识码] A [文章编号] 1672 6561(2006)03 0070 04

Settlement Characteristics of Axial Dead Load of Piles in Stratification Foundation

JIANG Xing wang¹, SHAO Jiang², ZHOU De pei²

(1. First Highway Survey and Design Institute of China, Xi' an 710075, Shaan xi, China,

2. School of Civil Engineering, South west Jiaotong University, Chengdu 610031, Sichuan, China)

Abstract Based on load distribution and transferring law under dead load and applying double borderline transfer function and equal law of work, this paper concludes a set of simplified analytical recurrence formulas which define curve of axial load and settlement of piles in stratification foundation. With the formulas, the settlements of pile may be analyzed according to distribution condition and configuration of medium around piles and the curve between axial load and settlement can be de fined accurately. The iterative formula of stiffness factors on top of pile is also deduced which may be used to determine the bearing capacity of piles. Two examples prove the effectiveness and correctness of the method.

Key words: stratification foundation; equal law of work; axial load; settlement analysis

0 引言

工程建设中桩是在进行地基基础设计时,解决 大荷载及复杂地质情况时最常用的方法。确定桩 承载力是桩基设计的首要问题,用静载实验来确定 桩的承载力虽可靠,但需花费大量资金和时间。目 前规范所采用的承载力公式难以反映桩的沉降特 性和确定在该承载力下桩的沉降大小,现在的结构 对沉降的要求愈来愈高。常用的桩土荷载-沉降曲 线的分析方法有荷载传递法、剪切变形传递法和弹 性理论法 3 种。许多科技人员根据桩所处的不同 工程情况,对这 3 种方法进行了逐步完善和更深入 研究^[1-7],取得了很多研究成果,但其都集中在对桩 侧为均质半无限体的介质中进行模拟。实际工程 中土的性质一般比较复杂,尤其对长桩。因此,建 立层状地基中桩的荷载-沉降曲线的分析方法是符 合实际需要的。笔者试图在前人研究的基础上,将 各层桩侧介质的双折线硬化模型作为桩侧介质荷 载传递函数,运用功的互等定律,推导出层状地基 下桩的轴向荷载-沉降曲线的简化解析递推算式和 相应的桩顶刚度计算式,为在理论上探讨桩的轴向

[收稿日期] 2005 09 30

[作者简介] 江兴旺(1973-), 男, 贵州兴仁人, 工程师, 从事岩土工程勘察、设计和研究。

静载与沉降之间的关系、确定桩在静载下的工程特性、计算桩的极限荷载、桩身轴力和桩侧剪力提供 一种较为实用的方法。

1 桩的沉降分析

采用桩体的力学模型见图 1。假定桩为均质等 截面弹性杆件,桩周和桩底土的作用分别用双折线 荷载传递函数来近似表示。λι、λ。分别是桩周土弹 性极限位移 ui 前后对应的抗剪刚度系数,可以通 过土体取样进行室内剪切试验确定;kι、k2 分别为 桩底土弹性极限位移 ui 前后对应的抗压刚度系 数,需通过土体固结或现场荷载试验确定,其具体 大小与土体的孔隙比 e、含水量 w 和容重有关。而 各种岩性进入塑性阶段的 ui、ui 不同。



图 1 桩-土体系的简化模型

Fig.1 Mechanical Model of Pile soil System 根据功的互等定律,整个桩体在忽略桩侧土体 压力对桩产生的影响下可得

$$\frac{1}{2} \iint E_{\rm p} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \mathrm{d}v = PS - P_{\rm b}S_{\rm b} - \iint u \,\mathrm{d}a \quad (1)$$

式中: E_p 为桩体的弹性模量;u为桩体任一深度的 位移; S_sS_b 分别为桩头和桩底的位移;P为桩头的 荷载; P_b 为桩底土对桩底的反作用力; τ 为桩侧剪 切力;a为桩侧表面积;v为桩的体积。将式(1)中2、 3项左移,并对积分进行简化^[7],可得

$$PS = \int_{0}^{l} \left[\frac{E_{P}A}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{2} + L \tau u \right] dz + P_{b} S_{b} \qquad (2)$$

式中:L为桩的周长;A为桩的截面积;z为桩的截面深度。

以上等式表示桩截面所有微单元 *i* 的叠加,用 N_{i-1}表示单元 *i* 的顶面轴力;*u*_{i-1}表示单元 *i* 的顶 面位移; N_i表示单元 *i* 的底面轴力;*u*_i表示单元 *i* 的底面位移。对其进行变形,可得

$$N_{i-1} u_{i-1} = \int_{\underline{\mathcal{A}}_{i-1}}^{\Delta} \left[\frac{\underline{E}_{\mathbf{p}} A}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + L \tau u \right] dz + N_i u_i \quad (3)$$

根据定义,对桩周土有

$$\tau = \lambda_1 u \qquad \qquad u \leqslant u_1 \tau = \lambda_1 u_1 + \lambda_2 (u - u_1) \qquad \qquad u > u_1$$
(4)

当 $u \leqslant u_i$ 时,将式(4)中第 1 式代入式(3),有 $N_{i-1}u_{i-1} = \int_{\Delta_{i-1}}^{\Delta_i} \left[\frac{E_p A}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + L\lambda_1 u^2 \right] dz + N_i u_i$ (5) 对于 所 取 桩 截 面 微 单 元 有 $u = \frac{u_{i-1} + u_i}{2}, \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_i - u_{i-1}}{\Delta_i - \Delta_{-1}}, k = \Delta - \Delta_{-1}$ 。其中: Δ_{i-1}, Δ_i 为单元 *i* 的顶 面与底面深度,将其代入式(5),可得

$$N_{i-1}u_{i-1} = \frac{E_{p}A}{2} \frac{u_{i}^{2} - 2u_{i}u_{i-1} + u_{i-1}^{2}}{l_{i}^{2}} l_{i} + L\lambda_{1} \frac{u_{i}^{2} + 2u_{i}u_{i-1} + u_{i-1}^{2}}{4} l_{i} + N_{i}u_{i} \quad (6)$$

对式(6)变形可得

$$N_{i-1}u_{i-1} - N_{i}u_{i} = \left[\left(\frac{E_{p}A}{2l_{i}} + \frac{\lambda_{1}Ll_{i}}{4} \right) u_{i-1} + \left(\frac{\lambda_{1}Ll_{i}}{4} - \frac{E_{p}A}{2l_{i}} \right) u_{i} \right] u_{i-1} - \left[\left(\frac{E_{p}A}{2l_{i}} - \frac{\lambda_{1}Ll_{i}}{4} \right) u_{i-1} - \left(\frac{\lambda_{1}Ll_{i}}{4} + \frac{E_{p}A}{2l_{i}} \right) u_{i-1} \right] u_{i}$$

$$(7)$$

要使式(7)成立,则有

$$N_{i-1} = D_1 u_{i-1} - D_2 u_i \quad N_i = D_2 u_{i-1} - D_1 u_i (8)$$

$$\ddagger \mathbf{p} D_1 = \frac{E_{p}A}{2l_i} + \frac{\lambda_l Ll_i}{4} \qquad D_2 = \frac{E_{p}A}{2l_i} - \frac{\lambda_l Ll_i}{4}$$

当 *u*> *u*¹ 时,即部分桩周土进入塑性阶段,将 式(4) 中第2式代入式(3),可得

$$N_{i-1} - \xi = B_1 u_{i-1} - B_2 u_i$$

$$N_i + \xi = B_2 u_{i-1} - B_1 u_i$$
(9)

式中: $\xi = \frac{u_i L l_i}{2} (\lambda_1 - \lambda_2), B_1 = \frac{E_P A}{2 l_i} + \frac{\lambda_2 L l_i}{4}, B_2 = E_A - \lambda_2 L l_i$

 $\frac{E_{p}A}{2l_{i}} = \frac{\lambda_{c}Ll_{i}}{4}$ 。式(8)与式(9)中, λ_{1},λ_{2} 因地层不同 而不同,如果令 $N_{i} = P_{b}, u_{i} = S_{b}$,则可通过式(8)与 式(9)中的第2式确定 u_{i-1} ,将 u_{i}, u_{i-1} 代入第1式 确定出 N_{i-1} ,如此迭代直至桩顶,则可确定出在此 桩底位移下桩顶的S和P。如桩底位移连续假定 确定一组桩底位移 $S_{bj}, 1 \le j \le m, m$ 对应荷载级数, 则可根据式(10)确定桩底轴力 P_{bj} ,然后可按如上 进行连续迭代确定出一组的桩顶位移S和轴力P, 以及桩任意截面的轴力 N_{i}, u_{i} 。

$$P_{\mathrm{b}} = k_{1} S_{\mathrm{b}} \qquad S_{\mathrm{b}} \leq u_{b}$$
$$P_{\mathrm{b}} = k_{1} u_{b} + k_{2} (S_{\mathrm{b}} - u_{b}) \qquad S_{\mathrm{b}} > u_{b} \qquad (10)$$

在确定出任意截面的 *N_i* 后,可由此确定桩侧 土体的剪切力

$$\tau_i = \frac{N_i - N_{i-1}}{L l_i} \tag{11}$$

2 桩顶刚度系数的迭代确定

当桩侧各层位移均在 *u* <> *u*¹ 处于弹性状态时, 其桩顶刚度系数可通过迭代过程来实现。

对式(8) 将 Ni 用Kiui 代替

$$K_{i-1}u_{i-1} = D_1u_{i-1} - D_2u_i$$
(12)

 $K_i u_i = D_2 u_{i-1} - D_1 u_i$ 对式(12) 中两式消去 $u_i : u_{i-1}$, 可得

$$k_{i-1} = D_1 - \frac{D_2^2}{k^i + D_1} \tag{13}$$

在确定桩底土压缩刚度系数 *K*_i 的情况下,可 对式(13)进行迭代,直至求出桩顶的刚度。

对于纯摩擦桩,可确定桩底对桩的承载力不产 生影响,则紧邻桩底土的桩截面单元顶部的刚度系 数可表示为

$$k_i = \frac{E_{\rm P}A}{2l_i} + \frac{\lambda_1 L l_i}{4} \tag{14}$$

当桩侧部分段 *u* ≥ *u*¹ 时, 桩顶刚度系数呈现非 线性, 刚度系数的迭代公式可通过推导得出。而弹 性段的迭代公式仍按式(13)进行。

对于进入塑性硬化阶段的任意截面单元有

$$k_{i-1} u_{i-1} - k_i u_i = Ll_i \left\{ \left[\lambda_1 u_i + \lambda_2 \left(\frac{u_{i-1} + u_i}{2} - u_i \right) \right] \right\} \quad (15)$$

通过式(9) 可分别解出 *u*_{i-1}、*u*_i,并将结果代入 式(15),可得

$$k_{i-1} = \frac{k_{i}[2^{\frac{c}{B}}_{2} + Ll_{i}\lambda_{2}\xi - B_{1}\lambda_{i}u_{i}Ll_{i}] - \frac{1}{2}uL^{2}l_{i}E_{p}A\lambda_{2}}{2B_{2}\xi - uLl_{i}(k_{i}\lambda_{2} + B_{1}\lambda_{i}) + \lambda_{2}Ll_{i}\xi}$$
(16)

对于桩底介质处于弹性阶段,则有 $k_i = k_i$,如 桩侧介质也全处于弹性范围内,显然桩顶的刚度系 数为常数。如果桩底先于桩侧进入塑性硬化阶段 而桩侧各层位移均处于弹性阶段,即 $u_i < u_i$ u_i时, 此种情况在工程中多出现于桩底位于较软弱地层 的情况。此时 $k_i = k_i$,应用式(13)迭代即可,此时 桩顶刚度系数仍为常数,但通常随着桩底位移的加 大,桩侧很快进入塑性状态,在工程中,也不将桩底 放置于此种地层上。

从式(15)、式(16)可以看出,桩顶刚度是与桩 底刚度以及桩侧土体剪切力以及桩本身的力学性 质密切相关。在桩长确定的情况下,显然桩顶刚度 系数为定数。如果知道桩土在此弹性范围内的最 大相对位移情况,就可以确定出桩顶的弹性极限承 载力。

3 实例

[实例 1] 某高速公路常规冲孔灌注桩基础静 载试桩资料为桩径 1.5 m, 桩长 18.0 m, 采用 C 25 混凝土, 其弹性模量 E_P 为 1.0×10¹⁰ Pa, 最大加载 量为 6 500 kN, 桩侧和桩底地层岩性成层状分布, 桩端支撑于卵石土上, 其地质资料和计算参数见 表 1。该桩选用迭代步距 l_i 为 1.5 m, 同时兼顾各 岩性层作为迭代步距间断点, 迭代起始 S_b 为 0.2 mm, 每一循环 S_b 增加 0.2 mm。迭代结果用圆滑 曲线相连, 并由(0,0)点引出, 即构成桩的 ps曲线。

表 1 实例 1 的地质资料及计算参数 Tab. 1 Soil Profile and Parameters for Example 1

地层	深度 /m	岩 性	λ_1 /(k N \cdot m $^{-2})$	λ_2 /($kN \cdot m^{-2})$	<i>u_i</i> /mm
1	3.0	粘土	3. 5×10 ⁵	2. 5×10^{5}	1.2
2	6.5	粉质粘土	3. 1×10 ⁵	2. 6×10^{5}	1.5
3	13.0	粉土质砂	5.6×10 ⁵	4. 8× 10 ⁵	2.5
4	15.5	粉质粘土	7.5×10 ⁵	5. 0× 10 ⁵	1.7
5	25.0	卵石土	1.5×10 ⁴	1.0×10^4	1.0

注: 桩底土的 $k_1 = 2.5 \times 10^6 (kN \cdot m^{-1}), k_2 = 1.8 \times 10^6 (kN \cdot m^{-1}), u_b = 3.2 \text{ mm}$

图 2a 为计算与实测的 *ps* 曲线,可以看出计 算与实测吻合较好。各级荷载下桩的轴力与侧壁 摩擦阻力分布见图 2b、图 2c。由图 2 可知,桩的轴 力沿深度增加而逐渐减少,在不同土层中表现各 不相同,而桩侧摩擦阻力在靠近桩顶端则较小,向 下逐渐增加,在桩长的 1/3~2/3 段,对桩承载力 贡献最大,而不同桩侧介质在不同深度也会表现 不同。

[实例 2] 文献[1] 中例 3 的桩为线弹性-塑性 模型的荷载传递系数法实例,为本文所采用双折 线模型在 $\lambda = 0$ 情况下的特例,也可以利用本文方 法进行一系列的计算。该桩材料为 $\Phi 00 \text{ mm} \times 12$ mm 的 16 号锰钢管桩,桩长 40 m,其弹性模量 E_p 选用 1. 25×10¹¹ Pa,该桩的地质资料及计算参数 见表 2。



图 2 桩的轴力及摩阻力分布

Fig. 2 Distributing Graph of Axial Load and Frictional Force

表 2 实例 2 的地质资料及计算参数

 Tab. 2
 Soil Profile and Parameters for Example 2

地层	深度/m	岩性	$\lambda_1 / (kN \cdot m^{ - 2})$	u_i /mm
1	1.7	杂填土	$1.2 imes 10^4$	2.0
2	3.2	粉土	3.0×10^{4}	1.2
3	6.2	粉土	$5.0 imes 10^4$	1.2
4	10.0	粉土	4.0×10^{4}	1.5
5	15.8	碎石	$7.0 imes 10^4$	1.5
6	19.8	粉砂	$6.0 imes 10^4$	1.5
7	23.9	粉砂夹粉土	$6.0 imes 10^4$	1.5
8	26.5	全风化层	1.0×10^{5}	1.6
9	31.0	强风化层	1.25×10^{5}	1.7
10	34.9	全风化层	1.0×10^{5}	1.8
11	42.8	强风化层	1.2×10^{5}	1.8

注: 桩底土的 k_1 = 3.5× 10⁵(kN · m⁻¹), k_2 = 1.2× 10⁵(kN · m⁻¹), u_b = 3.5 m m

文中选用迭代步距 *l*_i 为 1.0m,迭代起始 *S*_b 为 0.25 mm,每一循环 *S*_b 增加 0.25 mm。文中模拟结 果与实测资料基本吻合,能较好的反应桩的荷载与 沉降的情况(图 3),可为工程所用。





4 结论

利用双折线荷载传递函数,对单桩在轴向静载 下运用功的互等定律推导出了一套能够反映桩的 荷载传递规律的沉降分析公式和桩顶刚度系数递 推公式。这些公式可以较方便的运用到均质介质 以及桩侧介质采用线弹性塑性形式的荷载传递法 中。实际运用表明:在参数选取符合场地地质条件 的前提下,该方法能很好地进行桩土静载试验数据 的拟合分析,在知道桩底刚度系数的基础上,可确 定桩顶的刚度,对设计中采用合理的桩长和桩径具 有指导意义。

[参考文献]

- [1] 朱金颖,陈龙珠,葛 炜. 层状地基中桩静载试验数据的拟合 分析[J]. 岩土工程学报,1998,20(3):35-39.
- [2] 李作勤. 摩擦桩的荷载传递及承载力的一些问题[J]. 岩土力
 学, 1990, 11(4): 1-12.
- [3] 陈龙珠、梁国钱,朱金颖,等. 桩轴向荷载-沉降曲线的一种解 析方法[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(6): 30-38.
- [4] 胡德贵. 轴向荷载作用下群桩基础的沉降研究[D]. 成都. 西南 交通大学, 2001.
- [5] 罗惟德. 单桩承载力机理分析与荷载沉降曲线的理论推导
 [J]. 岩土工程学报, 1990, 12(1): 35-44.
- [6] 何 剑,陈 文,曾金艳,等.基桩承载特性的位移协调法分析研究[J].长安大学学报:地球科学版,2003,25(2):27-30
- [7] 邵 江,谢红强. 桩的轴向静载-沉降曲线的模拟分析[J]. 岩
 土力学,2004,25(7):1107-1110.
- [8] 桩基工程手册编写委员会. 桩基工程手册[K]. 北京:中国建 筑工业出版社, 1995.