

# 应用 Level Set 方法模拟三维气泡与液滴的运动

李彦鹏, 关 卫省

(长安大学 环境科学与工程学院, 陕西 西安 710064)

**摘要:** 将 Level Set 方法与 ICE 数值格式相结合, 建立了求解含有运动界面的不可压缩气液两相流动问题的三维模型及数值解法。应用所建立的模型和算法三维模拟了 4 种典型气泡和液滴的运动过程, 包括气泡从单个喷嘴生成和上升的过程, 两个大小不同的空气气泡在水中自由上升时的相互作用过程, 水滴下落冲击水面的过程和水滴与颗粒正向等温碰撞过程。模拟结果表明, 所建立的模型与算法能准确方便地捕捉到三维气泡和液滴界面的破碎与融合等拓扑结构的变化, 说明 Level Set 方法是一种行之有效且大有前途的处理气液运动界面问题的方法。

**关键词:** Level Set 方法; 模拟; 气泡; 液滴

**中图分类号:** O359.1; P342 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6561(2007)02-0217-04

## Simulation of Bubble Motion and Droplet with Level Set Method

LI Yan-peng, GUAN Wei-sheng

(School of Environmental Sciences and Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China)

**Abstract** A 3-dimensional mathematical model and numerical algorithm for the incompressible gas-liquid two-phase flows with moving interface are presented based on the Level Set method combined with ICE (Implicit Continuous Fluid Eulerian) numerical scheme. The presented approach is then applied to four typical motion processes of bubble and droplet, including bubble formation from an orifice in air-water bubble column, the interaction of air bubble pairs rising freely in water, droplet interaction with water surface and an isothermal normal collision between droplet and particle. The simulated results show that the presented model and algorithm are able to capture the topology change of the interface such as coalescence and breakup of bubble and droplet correctly and conveniently, the Level Set method is a promising and efficient numerical technique for moving interface problems of gas-liquid two-phase flows.

**Key words:** Level Set method; simulation; bubble; droplet

## 0 引言

有着运动界面的气液两相流动, 比如气泡和液滴的运动, 广泛存在于环境、能源、石油以及化工等诸多领域。在这样的流动系统中, 气泡和液滴界面的形成和发展对气液两相流动的宏观特性具有重要影响。由于界面两侧物理量往往是绝对间断的, 而且相界面与流场相互作用, 再加上界面的膨胀、

收缩、破碎和融合等拓扑结构的变化, 使得实现这类运动相界面问题的数值模拟相当困难。也正因为其具有挑战性, 对它的研究越来越受到各国学者的重视, 提出了多种数值模拟方法, 如 MAC (marker and cell)<sup>[1]</sup> 方法、移动网格技术<sup>[2]</sup>、VOF (volume of fluid) 方法<sup>[3]</sup> 和 Level Set 方法<sup>[4]</sup> 等。Level Set 方法作为一种较新的界面追踪方法, 以其简单方便, 易于在三维中使用而成为目前处理运动界面问

收稿日期: 2006-07-14

基金项目: 教育部科学技术重点项目(01169)

作者简介: 李彦鹏(1973-), 男, 河南焦作人, 副教授, 博士, 从事环境流体力学研究。E-mail: liyanp01@chd.edu.cn

题最有吸引力的方法。

目前使用 Level Set 方法模拟多相流的工作,其运动方程的求解大都采用 SIMPLE 系列算法<sup>[5-9]</sup>,收敛速度慢,数值稳定性差,且研究体系均为二维。为了能有效地应用于三维实际过程,笔者采用 Level Set 方法与显式时间步进的 ICE (Implicit Continuous-fluid Eulerian) 数值格式相结合,建立了含有相界面的气液两相流动问题的三维模型及数值解法,模拟了三维体系下气泡和液滴在静止黏性流体中的运动过程,并他人的实验结果进行比较。

## 1 数学模型

### 1.1 气液两相流动方程

考虑计算区域  $\Omega$  中存在有不可压缩的气液两相流体,其交界面为  $\Gamma(t)$ 。假设两相都是不相混的牛顿型流体,在流动过程中两相没有化学反应,则该气液两相体系的流动可用下述不可压缩流体的连续方程与动量方程描述

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) + \rho \mathbf{g} + \sigma \kappa(\phi) \alpha(\phi) \nabla(\phi) \quad (2)$$

式中:  $\rho$ 、 $\mu$ 、 $\mathbf{u}$ 、 $p$  分别表示流体的密度、黏度、速度矢量与压力;  $\mathbf{D}$  为应变率张量; 式(2)右边最后一项表示表面张力,  $\sigma$ 、 $\kappa(\phi)$ 、 $\alpha(\phi)$ 、 $(\phi)$  分别代表表面张力系数、界面曲率、Dirac Delta 函数和 Level Set 函数。曲率可由  $\nabla \cdot (\nabla \phi / |\nabla \phi|)$  求得。

### 1.2 Level Set 方法

气液两相界面采用 Level Set 方法在欧拉网格内捕捉。在 Level Set 方法中,定义一个标量函数也即 Level Set 函数  $\phi(\mathbf{x}, t)$ ,使得在任意时刻气液相界面  $\Gamma(t)$  恰是  $\phi(\mathbf{x}, t)$  的零等值面,即

$$\Gamma(t) = \{\mathbf{x} \mid \phi(\mathbf{x}, t) = 0\} \quad (3)$$

一般可取  $\phi(\mathbf{x}, 0)$  为  $\mathbf{x}$  点到界面  $\Gamma(0)$  的符号距离。在气液两相流研究中,Level Set 函数的变化遵循下面的对流输运方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = 0 \quad (4)$$

在定义了 Level Set 函数后,由相界面分隔的不相混的气液两相体系就可以看作单一流体体系。此时,流体的密度与黏度定义为

$$\rho(\phi) = \rho_g + (\rho_l - \rho_g)H(\phi) \quad (5)$$

$$\mu(\phi) = \mu_g + (\mu_l - \mu_g)H(\phi) \quad (6)$$

式(5)、(6);  $l$  和  $g$  分别表示液相和气相;  $H(\phi)$  是一个 Heaviside 函数,定义为

$$H_\epsilon(\phi) = \begin{cases} 0 & \phi < -\epsilon \\ \frac{\phi + \epsilon}{2\epsilon} + \frac{\sin(\pi \phi / \epsilon)}{2\pi} & |\phi| \leq \epsilon \\ 1 & \phi > \epsilon \end{cases} \quad (7)$$

式中:  $\epsilon$  是界面厚度,计算中取 1.5 倍的网格尺寸即可。显然,上边给出的流体密度与黏性已经做了光滑化处理,它使原先在相界面处锐变的流体物性变成了连续光滑变化,虽然部分模糊了界面,但是它极大地改善了数值稳定性。此时,式(2)中的 Delta 函数被规整为

$$\delta(\phi) = \begin{cases} 0 & |\phi| \geq \epsilon \\ \frac{1}{2\epsilon} [1 + \cos(\pi \phi / \epsilon)] & |\phi| < \epsilon \end{cases} \quad (8)$$

需要注意的是,式(4)经过几个时间步的求解后,  $\phi(\mathbf{x}, t)$  将不再维持为距离函数。为此采用 Sussman 提出的重新初始化技术<sup>[7]</sup>以确保 Level Set 函数始终近似为距离函数。这可以通过求解下面的初始值问题来实现

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \text{sign}(\phi_0)(1 - |\nabla \phi|) \quad (9)$$

式中:  $\tau$  是具有距离单位的伪时间变量;  $\phi_0$  为重新初始化前的 Level Set 函数;  $\text{sign}$  为符号函数,其定义为

$$\text{sign}(\phi_0) = \frac{\phi_0}{\sqrt{\phi_0^2 + h^2}} \quad (10)$$

式中:  $h$  表示网格尺寸。式(9)一般只需要 3~5 次迭代即可达到稳定解。

## 2 数学方法

上述控制方程采用有限容积方法在非交错的网格上离散。速度、压力、Level Set 函数以及物性参数均定义在网格中心。Level Set 方程采用二阶 Runge-Kutta 格式和三阶 ENO 迎风格式求解。气液两相主流场方程采用显式时间步进的 ICE 数值格式进行求解。ICE 数值格式有很好的数值稳定性,对可压缩和不可压缩流体的流动问题均能求解,其详细内容见文献[8]。假设  $\phi^n = \phi(\mathbf{x}, t^n)$  和  $\mathbf{u}^n = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t^n)$  分别是  $t^n$  时刻的 Level Set 函数和速度,则下一时刻  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$  的速度  $\mathbf{u}^{n+1}$  与 Level Set 函数  $\phi^{n+1}$  的数值求解步骤为:

(1)使用中心网格的 ICE 格式求解控制方程式

(1)、(2)得到速度场  $\mathbf{u}^{n+1}$  与压力场  $p^{n+1}$ 。

(2)求解对流方程式(4)以得到  $\phi^{n+1}$ 。基于更新的速度场  $u^{n+1}$ , 采用三阶 ENO 迎风格式计算对流项  $u \cdot \nabla \phi$  使用二阶 TVD Runge-Kutta 法推进时间步。

(3)将  $\phi^{n+1}$  作为初始值执行重新初始化, 解方程式(9)、(10)得到  $\phi^{n+1}$ , 重新初始化的详细求解过程可参见文献[7]。

(4)借助更新的 Level Set 函数  $\phi^{n+1}$ , 使用方程式(5)~(7)计算密度和黏度。

计算  $u^{n+1}$  和  $\phi^{n+1}$  的时间步是一样的, 是由 CFL (Courant-Friedrichs-Levy) 条件、黏性和表面张力的限制共同决定的。计算区域的上下边界分别采用入流和出流边界条件, 4 个边壁上采用自由滑移边界条件。

### 3 讨论

#### 3.1 气泡从喷嘴中形成及上升过程

首先计算广泛应用在化工行业的气-水鼓泡床中气泡从一个喷嘴形成并上升的过程。所模拟的鼓泡床为一长方柱体, 其尺寸为  $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 4\text{ cm}$ 。在底面正中有一直径为  $0.4\text{ cm}$  的喷嘴, 空气以  $0.10\text{ m/s}$  的速度从喷嘴引入静止的水中。计算区域在长、宽、高方向上分别被划分为  $80 \times 80 \times 160$  个网格。物性参数分别为: 水的密度和粘度是  $998\text{ kg/m}^3$  和  $0.001\text{ Pa} \cdot \text{s}$ , 空气的密度和粘度是  $1.1\text{ kg/m}^3$  和  $1.8 \times 10^{-5}\text{ Pa} \cdot \text{s}$ , 表面张力系数为  $0.0728\text{ N/m}$ 。

图 1 为气泡在水中形成与上升过程的模拟结果。从头三个气泡可以看到, 气泡的生成呈现出膨胀、脱离和变形阶段。由于气体的引入, 在孔口形成的气泡逐渐膨胀, 但其底部仍与孔口接触; 气体继续进入气泡, 气泡底部上移, 形成细颈状, 细颈越来越细直到破裂从而气泡与孔口脱离; 气泡在表面张力的作用下由球形变形为球帽状并且直线上升, 一个新的气泡又开始生成。注意从时间 ( $t$ ) 为  $0.20\text{ s}$  开始, 气泡不再是直线上升而是盘旋上升, 呈现出明显地非对称性行为。通过与文献[9]的实验结果进行比较, 见图 1(h), 可以发现本文的模拟结果与实验观测吻合很好。

#### 3.2 气泡对在水中的自由上升过程

初始时刻静止的两个大小不同并排的空气泡在水中上升过程的模拟结果如图 2。气泡直径分别为  $0.6, 0.8\text{ cm}$ 。两气泡中心间距  $0.9\text{ cm}$ 。计算区域的尺寸为  $5\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 6\text{ cm}$ 。计算区域在长、宽、高方

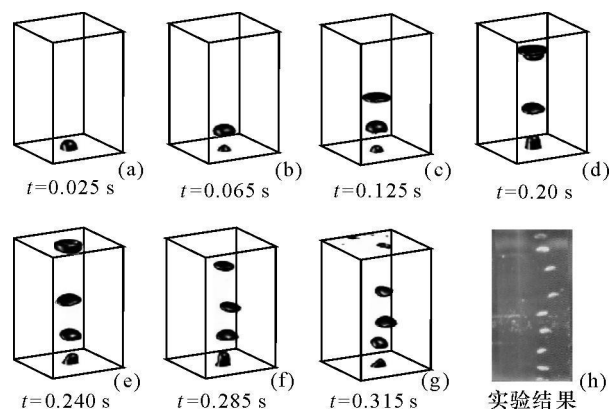


图 1 气泡在水中形成与上升过程的模拟结果

Fig. 1 Simulation Results of Formation and Rising of Air Bubble in Water

向上分别被划分为  $100 \times 100 \times 120$  个网格。物性参数同前。受浮力作用, 两个气泡开始上升, 外形由球形变为球杯状, 并逐渐接近, 分开, 然后再接近, 再分开, 计算过程中没有出现两个气泡的聚并现象; 整个上升过程中由于表面张力及气泡间的相互作用, 气泡形状也经历了有规律的振荡。这个现象与文献[10]观察结果相符。

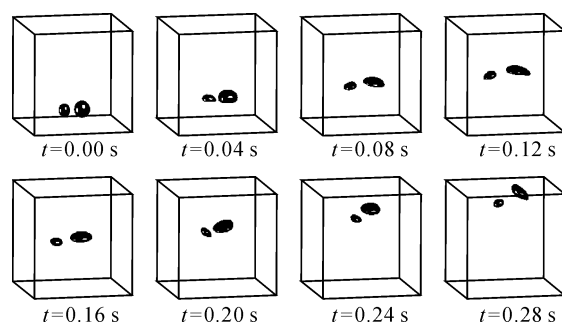


图 2 2 个并排的气泡在水中上升过程的模拟结果

Fig. 2 Simulation Results of Rising of Bubble Pairs Side by Side in Water

#### 3.3 水滴落入水面过程

图 3 表示初始速度为  $40.5\text{ cm/s}$  的水滴降落入水面的过程。水滴直径  $0.6\text{ cm}$ , 初始时刻球形水滴中心位置距离容器底面  $1.4\text{ cm}$ , 液面高度  $0.6\text{ cm}$ 。计算区域的尺寸  $2\text{ cm} \times 2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ 。计算区域在长、宽、高方向上分别被划分为  $100 \times 100 \times 100$  个网格。物性参数同前。水滴降落过程有很轻微变形, 由于惯性水滴在接触到水面时将下降, 逐渐与水体自由表面融合; 水体自由表面上出现凹坑, 并在落入点周围形成一环形; 继而由于表面张力, 水面又继续向上反弹, 由水滴冲击形成的波动向四周传递。数值模拟结果与实际现象完全吻合。

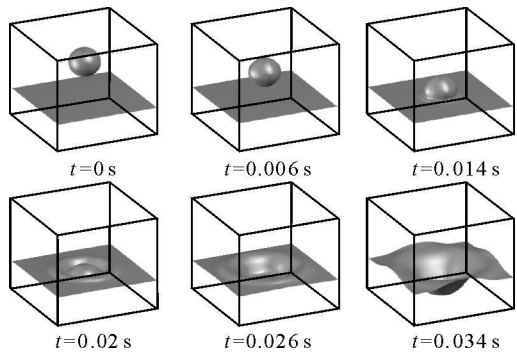


图 3 水滴从空气中落入水面后自由面的变化过程

Fig 3 Simulation Results of a Water Droplet Impinging on Water Surface

3.4 液滴与球形颗粒碰撞过程

图 4 为水滴与颗粒正向等温碰撞的数值模拟结果。水滴与颗粒直径分别为 0.4、1.2 cm，初始时刻球形水滴中心位置距离容器底面 1.2 cm，撞击速度 52 cm/s，对应的韦伯数为 15。计算区域的尺寸 2 cm×2 cm×2 cm。计算区域在长、宽、高方向上分别划分为 100×100×100 个网格。物性参数同前。可以看到，在水滴撞击到颗粒之后即刻在球面上形成一层薄膜。由于是正向碰撞，薄膜为圆盘状。惯性力驱动液滴在球表面扩展，而表面张力与粘性力阻碍这个扩展过程。结果，液体质量聚集在液膜边缘形成一个环形结构，许多研究者在实验中观察到这个结构。当液膜扩展到直径最大时，在表面张力作用下，液滴开始从颗粒表面反弹。在本文的模拟条件下，液滴碰撞后没有发生破碎。众所周知，液滴与颗粒的碰撞行为受无量纲数即韦伯数 ( $We$ ) 影响，韦伯数表示液滴的惯性力与表面张力之比，即

$$We = \rho u^2 d / \sigma$$

式中： $\rho$ 、 $u$ 、 $d$  分别表示液滴的密度、速度和定性尺寸； $\sigma$  为表面张力系数。

当液滴的速度增大，韦伯数增大到一定程度后，液滴碰撞后会出现破碎。

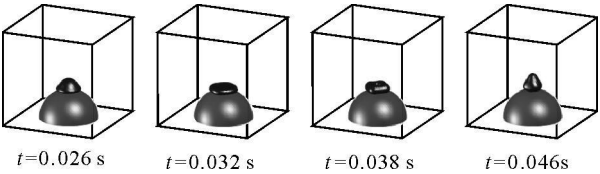


图 4 水滴与颗粒正向等温碰撞的数值模拟结果

Fig. 4 Simulation Results of the Isothermal Impact of a Water Droplet onto Particle in the Normal Direction

4 结语

将 Level Set 运动界面追踪方法与 ICE 求解流体运动方程的数值格式相结合，建立了含有相界面的气液两相流动问题的三维模型及数值方法，数值模拟了三维体系下几个典型的气泡和液滴的运动过程，包括气泡从喷嘴中形成与上升过程，自由气泡对的相互作用，水滴一颗粒碰撞过程和水滴冲击水面过程。模拟结果与他人的实验结果进行了比较，定性吻合很好。

模拟结果表明，所建立的模型与算法能准确、自然而然地捕捉到三维气泡和液滴界面的破碎与融合以及其他拓扑结构的变化。说明 Level set 方法是一种有效且大有前途的处理气液运动界面问题的数值方法。

参考文献:

[ 1 ] Harlow F H, Welch J F. Numerical Study of Large-Amplitude Free-Surface Motions [ J ]. Phys Fluids, 1966, 9(4): 842-851.  
[ 2 ] Unverdi S Q, Tryggvason G. A Front-Tracking Method for Viscous Incompressible Multi-Fluid Flows [ J ]. J Comput Phys, 1992, 100(1): 25-37.  
[ 3 ] Hirt C W, Nichols B D. Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries [ J ]. J Comput Phys, 1981, 39(2): 201-225.  
[ 4 ] Osher S, Sethian J A. Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations [ J ]. J Comput Phys, 1988, 79(1): 12-49.  
[ 5 ] 王跃发, 杨超, 毛在砂, 等. 水平集方法在两相体系颗粒运动数值模拟中的应用 [ J ]. 自然科学进展, 2004, 14(2): 220-222.  
[ 6 ] 李会雄, 杨冬, 陈昕宽, 等. Level set 方法及其在两相流数值模拟研究中的应用 [ J ]. 工程热物理学报, 2001, 22(2): 233-236.  
[ 7 ] Sussman M, Fatemi E, Smereka P, et al. An Improved Level Set Method for Incompressible Two-Phase Flows [ J ]. Comput Fluids, 1998, 27: 663-680.  
[ 8 ] Kashiwa B A, Padial N T, Rauenzahn R M, et al. A Cell-Centered ICE Method for Multiphase Flow Simulation [ C ] // ASME. The Proceeding of ASME Symposium on Numerical Methods for Multiphase Flows. New York: ASME, 1994.  
[ 9 ] Chen C, Fan L S. Discrete Simulation of Gas-Liquid Bubble Column and Gas-Liquid-Solid Fluidized Bed [ J ]. AIChE Journal, 2004, 50(2): 288-301.  
[ 10 ] Duineveld P C. Bouncing and Coalescence of Bubble Pairs Rising at High Reynolds Number in Pure Water or Aqueous Surfactant Solutions [ J ]. Applied Sci Research, 1999, 58: 409-439.