

# 基于 ALR 的 Hopfield 神经网络在高程拟合中的应用

刘瑞春<sup>1</sup>, 聂建亮<sup>2</sup>, 廖顺山<sup>3</sup>

(1 山西省地震局 预报中心, 山西 太原 030021; 2 长安大学 地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054; 3 路桥华南工程有限公司, 广东 中山 528403)

**摘要:** 运用具有正规化项的增广拉格朗日函数作为神经网络的能量函数, 辅助二次曲面拟合, 进一步探索 Hopfield 神经网络在高程拟合中的应用。实际算例表明, 该方法可以大大提高神经网络的计算效率和可靠性。

**关键词:** Hopfield 神经网络; 正规化项; 增广拉格朗日函数; 激励函数; 能量函数

**中图分类号:** P207 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6561(2007)04-0408-04

## Application of Hopfield Neural Network on the Base of ALR in the Height Fitting

LIU Rui-chun<sup>1</sup>, NIE Jian-liang<sup>2</sup>, LIAO Shun-shan<sup>3</sup>

(1. Centre of Forecast, Shanxi Province Administration of Earthquake, Taiyuan 030021, Shanxi, China;

2. School of Geological Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China;

3. Road and Bridge Southern China Engineering Limited Company, Zhongshan 528403, Guangdong, China)

**Abstract** The height fitting of Hopfield neural network based on augmented Lagrangian with regularization is presented. A numerical example shows that the method can greatly improve the efficiency and reliability of neural network.

**Key words** Hopfield neural network; regularization; augmented Lagrangian; activation function; energy function

## 0 引言

神经网络是一种模仿生物神经网络的信息处理模型, 具有独特的结构。目前神经网络在工程领域应用广泛。例如对测量数据处理, BP 神经网络在大坝变形中的应用<sup>[1]</sup>、在 GPS 高程拟合与转换中的应用<sup>[2-5]</sup>、模糊神经网络(FNN)在大坝变形中应用<sup>[6]</sup>、利用 RBF 神经网络处理 GPS 导航数据<sup>[7]</sup>、利用 Hopfield 神经网络处理 GPS 数据<sup>[8-9]</sup>等。

1986 年, Tank, Hopfield 提出 Tank-Hopfield 神经网络模型<sup>[10]</sup>, 并应用到解算线性规划问题。由于处理约束项神经元的非线性选择不当, 可能造成

神经网络不收敛或者收敛到一个不可信的解, 许多专家在此模型基础上进一步研究神经网络优化计算模型, 如解算线性方程组的神经网络模型, 用于解算线性问题<sup>[11]</sup>。

对于 Hopfield 神经网络, 能量函数的选择是相当重要的, 有效的能量函数能够提高神经网络的效率和可靠性。能量函数可以采用拉格朗日函数形式, 在具体问题中, 可以根据约束条件构造惩罚项引入拉格朗日函数中, 来保持极值点在可行域内移动。但惩罚项可能造成能量函数不稳定, 针对这个问题, Cichocki A 和 Unbehauen R 提出了具有正规化项的增广拉格朗日函数(简称 ALR), ALR 增加了正规化项来消除惩罚项的不稳定, 同时也提高网

络收敛速度和精度。笔者在构造神经网络的能量函数时采用 ALR 形式。

# 1 Hopfield 神经网络模型

Hopfield 神经网络是一个反馈型神经网络, 可分分离散型和连续型。任意一组数据由输入层输入, 经激励函数处理到达输出层。若数据处理的结果不满足精度要求, 输出层的结果则反馈到输入层重新迭代, 直到满足要求。

Hopfield 神经网络稳定性可通过 Lyapunov 定理证明。设神经网络的能量函数  $E$ , 则  $E$  对时间  $t$  的导数为<sup>[12]</sup>

$$\frac{dE(X)}{dt} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial E(X)}{\partial X_j} \frac{dX_j}{dt} = [\nabla E(X)]^T \frac{dX}{dt} = -[\nabla E(X)]^T \mu(t) [\nabla E(X)] \leq 0 \quad (1)$$

$$\text{其中 } \nabla E(X) = \left[ \frac{\partial E(X)}{\partial X_1}, \frac{\partial E(X)}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial E(X)}{\partial X_n} \right]^T \quad (2)$$

式中:  $\mu(t) (> 0)$  为收缩控制因子矩阵;  $X$  为待求参数。因能量函数对时间的导数为非正的, 则能量函数朝着减小方向运动, 最后网络达到稳定状态。

能量函数的选择十分重要, 合理的能量函数能提高网络的性能。文献[11]中提到 4 种基本能量函数和具有正规化项的增广拉格朗日函数(ALR)的能量函数, 文献[13-15]提出了抗差估计形式的能量函数, 目前应用比较广泛。

# 2 具有正规化项的增广拉格朗日函数

增广拉格朗日函数是在拉格朗日函数的基础上增加了惩罚项。把该函数用到神经网络中, 提出了基于增广拉格朗日乘子的神经网络模型<sup>[16]</sup>。当拉格朗日方程病态时, 提出具有正规化项的增广拉格朗日函数(ALR)的模型<sup>[11]</sup>, 其表达式为

$$E(X) = \frac{1}{2} V^T K V + \lambda^T V - \frac{\alpha}{2} \lambda^T \lambda \quad (3)$$

式中:  $K$  为权矩阵且为对角阵 ( $K = \text{diag}\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ ),  $\alpha > 0$  为正规化系数;  $\lambda$  为拉格朗日乘子向量。

误差方程的向量表达形式

$$V = AX - b \quad (4)$$

式中:  $P$  为观测权阵。

式(4)代入式(3), ALR 能量函数转化微分方程形式为<sup>[11]</sup>

$$\frac{dX}{dt} = -\mu A^T (KV + \lambda) \quad (5)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \rho [V - \alpha \lambda] \quad (6)$$

式中:  $\mu$  为收缩控制因子矩阵,  $\mu = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n)$ ,  $\mu_j > 0$ ;  $\rho$  为控制因子矩阵,  $\rho = \text{diag}(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m)$ ,  $\rho_i > 0$ ;  $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m]^T$ ;  $\alpha$  为正规化系数;  $m$  为观测个数;  $n$  为参数个数。收缩控制因子  $\mu_j$  的取值与时间  $t$  和向量  $X$  有关, 若  $\mu_j$  取值较小, 则收敛速度慢; 若  $\mu_j$  取值过大, 收敛速度快, 但可能导致网络的不稳定。 $\rho$  的取值原则与  $\mu$  相同。

# 3 基于 ALP 的 Hopfield 神经网络的高程拟合

GPS 高程系统为大地高  $H_{\text{GPS}}$ , 而在生产中使用的高程系统是正常高  $H$ , 两者的关系为

$$H = H_{\text{GPS}} - \xi \quad (7)$$

式中:  $\xi$  为高程异常。

对于高程拟合, 传统的方法是二次曲面拟合方法, 文献[17]提出基于 BP 神经网络的 GPS 高程拟合方法。

二次曲面拟合至少需 6 个点的坐标, 其方程为

$$\xi_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 \quad (8)$$

式中:  $\xi_i$  为高程异常;  $x_i, y_i$  为点的平面坐标。则式(8)对应的误差方程为

$$v_i = a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i^2 + a_4 x_i y_i + a_5 y_i^2 - \xi_i \quad (9)$$

误差方程的向量表达形式

$$V = AX - b$$

$P$  为观测权阵, 则等价权  $\bar{P}$  的对角线元素为

$$\bar{p}_{ii} = p_{ii} \times e^{-v_i^2} \quad (10)$$

式中:  $X = [a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]^T$ 。

在构造 Hopfield 神经网络时, 能量函数采用具有正规化项的增广拉格朗日函数(ALR)形式, 神经网络的激励函数(传递函数)为 Sigmoid 函数。Sigmoid 函数有数据压缩作用, 其范围为  $[0, \beta]$ 。向量  $V$  由 Sigmoid 函数处理, 其表达式为

$$\bar{V}_i = \frac{\beta}{\gamma} \frac{\ln(\cosh(\gamma V_i))}{\partial r_i} = \beta \tanh(\gamma V_i) \quad (11)$$

式中:  $\tanh(\gamma V_i) = \frac{e^{\gamma V_i} - e^{-\gamma V_i}}{e^{\gamma V_i} + e^{-\gamma V_i}}$ ;  $\beta$  为缩放因子, 对于 Sigmoid 函数及参数  $\gamma, \beta$  的具体说明可以参考文献[11]。把式(10)代入式(5)、(6)可得

$$\frac{dX}{dt} = -\mu A^T (P \bar{K} V + \lambda) \quad (12)$$

$$\frac{d\lambda}{dt}=\rho[\bar{V}-\alpha\lambda]\tag{13}$$

任意给出拟合系数初始值  $X^0$ , 按照式 (12)、(13), 能量函数沿负梯度方向逐渐减小, 直到神经网络达到稳定状态, 得到拟合系数  $X$ , 其中  $X$  为能量函数取极小值时的拟合参数。

在检测的数据中任意取一点坐标  $(x_i, y_i)$ , 代入式(8)得到该点的高程异常  $\xi_i$ , 然后将  $\xi_i, H_{GPS}$  代入式(7)得到该点的正常高  $H$ 。

4 算例

本算例的数据来自文献[ 17], 数据是某地区 D 级 GPS 网(区域面积约 300 km<sup>2</sup>), 选择其中 44 个点作为算例的计算数据(图 1)。高程异常拟合点为均匀分布在测区的 10 个 GPS 点: 1、18、82、63、9、51、45、37、22、59, 剩余 34 个高程点作为测试点, 在第 5、8、15、30 个 GPS 点上分别加 - 15、10、- 10、15 mm 的粗差。

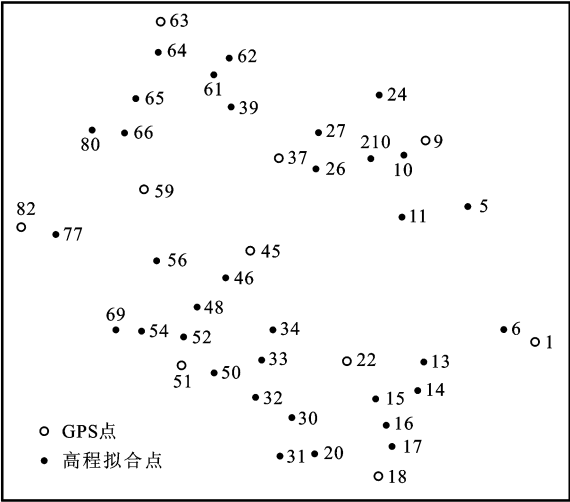


图 1 某市 D 级 GPS 网水准联测点平面位置

Fig. 1 One Certain City's Positions  
of Grade D GPS Level Network

在本算例中采用 3 种方案进行比较:  
方案 1 经典最小二乘方法。  
方案 2 能量函数采用标准最小二乘形式的 Hopfield 神经网络。  
方案 3 基于 ALR 的 Hopfield 神经网络, 等价权函数采用指数函数形式。

在基于 ALP 的 Hopfield 神经网络算例中, 式 (11) ~ (13) 中的参数取值如下:  $dt = 10^{-10}$ ;  $\rho = \mu = \frac{1}{\tau} = 10^8$ ;  $k_i = 0.1$ ;  $\gamma = 0.2$ ;  $\beta = 5$ ;  $\alpha = 0.5$ ;  $P$  为单位

矩阵。在数据准备中, 对计算数据进行归一化处理, 计算结束后再对计算结果进行反归一化处理。表 1 为 3 种方案的内符合精度和外符合精度结果。

表 1 计算结果

Tab. 1 Results of Schemes

方案	拟合点数	检测点数	内符合精度/mm	外符合精度/mm
方案 1	10	34	7.4	10.4
方案 2	10	34	7.6	10.6
方案 3	10	34	4.9	10.1

由算例计算结果可以看出:

- (1) 方案 3 与方案 1、2 相比, 内符合与外符合精度都最好, 这是因为方案 3 采用了 ALR 函数作为能量函数, 另外方案 3 还使用了指数函数形式的等价权函数。方案 3 使用等价权函数, 因此其具有一定的抗差性。
- (2) 方案 2 的内符合与外符合精度虽然与其他两种方案相比较低, 但是这是一般 Hopfield 神经网络在测量数据处理的尝试, 它为以后的 Hopfield 神经网络应用研究提供思路。

5 结语

具有正规化项的增广拉格朗日函数作为神经网络的能量函数是一种有效的方法, 与一般的 Hopfield 神经网络相比, 能够提高计算精度, 同时 ALR 引入等价权函数, 使得 Hopfield 神经网络具有一定的抗差性。基于 ALR 的 Hopfield 神经网络拟合高程异常是可行的, 但是如何根据观测数据自适应地定义微分方程中的控制因子是值得深入研究的问题。

参考文献:

[ 1 ] 吴秀娟, 李征航. 基于 BP 网络的大坝变形分析与预报[ J ]. 测绘信息与工程, 2003, 28(5): 33-34.

[ 2 ] 吴良才, 胡振琪. 基于神经网络的 GPS 高程转换方法[ J ]. 工程勘察, 2004(2): 49-51.

[ 3 ] 杨明清, 靳 蕃, 朱达成 等. 用神经网络方法转换 GPS 高程[ J ]. 测绘学报, 1999, 28(4): 301-307.

[ 4 ] 杨永平, 冯立清, 兰孝奇. BP 神经网络法在 GPS 高程拟合中的应用[ J ]. 三晋测绘, 2004, 11(1): 15-18.

[ 5 ] 匡翠林. 高精度 GPS 水准算法研究及其应用[ D ]. 长沙: 中南大学, 2004.

[ 6 ] 王新洲, 邓兴升. 大坝变形预报的模糊神经网络模型[ J ]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2005, 30(7): 588-591.

[ 7 ] Chansarkar M. GPS Navigation Using Neural Networks[ J ]. GPS Solution, 2000, 4(2): 1235-1239.

[ 8] Jwo D. GPS Navigation Solutions by Analogue Neural Network Least-Squares Processors[ J] . Journal of Navigation, 2005, 58: 105-118.

[ 9] 吴简彤, 王利存, 原金升, 等. GPS 误差模型参数估计的 Hopfield 神经网络方法[ J] . 中国惯性技术学报, 1998, 6(4): 24-27.

[ 10] Tank D, Hopfield J. Simple 'neural' Optimization Networks; an A/D Converter, Signal Decision Circuits, and A Linear Programming Circuit[ J] . IEEE Trans Circuits Syst, 1986, CAS-33: 533-562.

[ 11] Cichocki A, Unbehauen R. Neural Networks for Solving Systems of Linear Equations and Related Problems[ J] . IEEE Trans Circuits and Syst-1: Fundamental Theory and Applications, 1992, 39(2): 124-138.

[ 12] 魏海坤. 神经网络结构设计的理论与方法[ M] . 北京: 国防工业出版社, 2005.

[ 13] 杨元喜. 参数 M 估计及验后精度综述[ J] . 测绘通报, 1991 (6): 6-10.

[ 14] 杨元喜. 抗差估计的概念及其任务[ J] . 测绘通报, 1994 (4): 36-39.

[ 15] 杨元喜. 异常影响诊断与抗差估计[ J] . 测绘通报, 1994 (5): 34-36.

[ 16] Zhang S, Zhu X, Zou L. Second-order Neural Nets for Constrained Optimization[ J] . IEEE Trans on Neural Networks, 1992, 39(7): 441-452.

[ 17] 胡伍生. GPS 精密高程测量理论与方法及其应用研究[ D] . 南京: 河海大学, 2001.

## 欢迎订阅 2008 年《地质通报》

《地质通报》是中国国土资源部主管、中国地质调查局主办的地质学综合性学术刊物。本刊遵循“百花齐放、百家争鸣”的方针, 以推动地质调查与地质科技创新发展, 为国民经济建设和社会公众服务为宗旨, 力求全面展示和及时报道国家地质调查全新领域的新进展、新成果、新发展、新方法。辟有“专题报告”、“基础地质”、“矿产资源”、“水文地质·环境地质”、“方法与应用”、“快报”、“学术讨论”、“特稿·专论”、“综述与进展”、“地学纵横”、“知识经纬”、“动态与信息”、“书评”等栏目, 内容涉及基础地质、经济地质、海洋地质、能源地质、生态环境地质、灾害地质、城市地质、农业地质、勘查地球物理、勘查地球化学、地质实验、探测技术、地质调查信息技术、科技政策、科技管理等专业领域。

《地质通报》为月刊, 每月 15 日出版, A4 开本, 每期 96 页, 105 克铜版纸印刷, 彩页 15 页左右。单价每册 20 元, 全年每份 240 元。国内外公开发行。国内邮发代号: 2—767, 国外发行代号: M3684。全国各地邮局(所)订阅。如有漏订可直接与本刊编辑部联系, 联系人: 张燕如。

联系地址: 北京市西城区阜外大街 45 号 中国地质调查局发展研究中心《地质通报》编辑部  
邮政编码: 100037 联系电话: (010)68326811 (010)68326694  
电子信箱: dzhtb@263.net 传真号码: (010)68326889