

文章编号:1672-6561(2012)01-0091-05

基于 Fisher 判别分析法的岩溶塌陷预测

姜春露, 姜振泉

(中国矿业大学 资源与地球科学学院, 江苏 徐州 221008)

摘 要:为了更准确地预测岩溶塌陷,基于 Fisher 判别分析法,首先选择内聚力、内摩擦角、覆盖层厚度、覆盖层厚度减高水位埋深、覆盖层厚度减低水位埋深 5 个最主要的影响因素作为判别因子;接着以桂林市 20 组岩溶塌陷案例为学习样本进行计算,建立相应的 Fisher 线性判别函数;然后利用回代估计法对上述 20 组样本的预测结果进行逐一检验,其正确率为 100%;随后将上述预测结果与前人运用逐步判别、神经网络判别等方法得到的结果进行比较分析,认为 Fisher 判别分析法具有不需进行模型和参数的选择以及不受人为因素的影响等优点;最后将建立的 Fisher 线性判别函数用于另外的 10 组实际案例进行预测分析,预测结果与实际情况完全吻合。结果表明:用 Fisher 判别分析法进行岩溶塌陷预测,简易方便,正确率高,实用性好;该方法是岩溶塌陷预测的一种新方法。

关键词:岩溶塌陷;预测;Fisher 判别分析法;回代估计法;地质灾害;喀斯特地区

中图分类号:P642.25;X141

文献标志码:A

Prediction of karst collapse based on Fisher discriminant analysis method

JIANG Chun-lu, JIANG Zhen-quan

(School of Resource and Earth Science, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, Jiangsu, China)

Abstract: In order to accurately predicting the karst collapse, based on Fisher discriminant analysis method, the five main factors including cohesion, internal friction angle, cover thickness, difference of cover thickness and high buried depth of groundwater and difference of cover thickness and low buried depth of groundwater were selected as discriminant factors firstly; secondly, twenty actual samples of karst collapses in Guilin City were taken as the learning samples, and the Fisher linear discriminant function was established; thirdly, the predicting results of the above twenty actual samples were tested with back substitution estimation method, and the accuracy of predication was 100%; fourthly, the comparison of the above predication and the predication by others with stepwise and neural network discrimination methods, showed that the models and parameters had not to be selected and personal factors had no influence on the predication for Fisher discriminant analysis method; finally, the additional ten actual samples were predicted with the established Fisher linear discriminant function, and the results were the same as the practical situation. The results showed that Fisher discriminant analysis method for predicting the karst collapse had advantages of simple, convenient, high accuracy and practicability; the method was new for predicting the karst collapse.

Key words: karst collapse; prediction; Fisher discriminant analysis method; back substitution estimation method; geologic hazard; Karst Region

收稿日期:2011-06-07

作者简介:姜春露(1984-),男,安徽阜阳人,工学博士研究生,从事工程地质与水文地质研究,E-mail:cumtelj@sina.com。

0 引言

岩溶塌陷是岩溶地区因岩溶作用而发生的一种地面变形和破坏的灾害,是中国主要的地质灾害之一。据不完全统计,全国共有 22 个省区市发生岩溶塌陷 1 100 例以上,塌陷坑总数超过 40 000 个。中国西南岩溶区是岩溶塌陷灾害的重点发育区,仅广西、云南、贵州、四川和重庆等 5 个西部省区市就已发生岩溶塌陷 859 次,占中国岩溶塌陷总数的 78%^[1]。岩溶塌陷的预测与评价是防治岩溶塌陷灾害的基础和前提条件,准确地预测岩溶塌陷的产生、发展趋势和规律性,评价灾害造成的社会经济损失,对于防灾减灾具有重要的理论和实际意义^[2-3]。

岩溶塌陷通常是由于覆盖在岩溶塌陷坑、隐伏溶洞或强烈溶蚀带上的堆积体失稳而突然下塌造成的。近 30 年来,随着各地对岩溶塌陷形成的基本条件、影响因素及成因机制等的深入研究,专家们也逐渐开展了对岩溶塌陷的发生、发展趋势和规律性进行定性和初步的半定量到定量分析的预测及初步评价^[4-10]。近些年来,以统计学、运筹学、系统学等学科综合交叉的方法(主要包括灰色统计法^[11-12]、模糊综合评判法^[13-15]以及神经网络法等^[16-18])显著提高了预测量化的精度。但上述方法都存在缺点,例如神经网络法需要选择模型和参数,存在收敛速度慢等缺点;对于灰色统计法,当原始数据序列波动较大且信息过于分散时,预测精度将会降低;模糊综合评判法常要对各指标赋予不同的权重,而权重的确定不可避免地会带有一定的主观性和随意性。

Fisher 判别分析法是根据已有观测样本的若干数量特征对新获得的样本进行识别、预测,并判断其所属类型的一种统计分析方法^[19]。该判别法对原始数据分布并无特殊要求,非常适合样本分布未知的情况,并且可以全面考虑影响判别的各种因素。笔者基于 Fisher 判别分析法,建立了岩溶塌陷的 Fisher 线性判别函数,并应用到实际工程评价中,取得了较好的效果。

1 Fisher 判别分析法理论

1.1 Fisher 判别分析法思想

Fisher 判别分析法采用投影方法,把多维问题转化为一维问题,而仍用线性判别函数来解决多个总体的判别问题。投影的原则是将总体与总体之间尽可能分开,然后根据类间距离最大、类内距离最小的原则确定判别分析函数,进而将新的样本

进行分类判别^[20]。

1.2 Fisher 判别分析法效果检验

判别方法的有效性表现在两个方面:一是对于已知分类样本的回代判别正确率高;二是对于新样品分类具有很高的判断正确率。为考察上述判别准则是否优良,采用以训练样本为基础的回代估计法计算误判率^[21]。

2 岩溶塌陷的 Fisher 判别分析法

2.1 主要影响因素及判别因子

根据文献^[22],桂林岩溶区岩溶塌陷的影响因素有 8 个:塑性指数 X_1 、液性指数 X_2 、天然孔隙比 X_3 、内聚力 X_4 、内摩擦角 X_5 、覆盖层厚度 X_6 、覆盖层厚度减高水位埋深 X_7 、覆盖层厚度减低水位埋深 X_8 。经过逐步判别研究得出,控制本区岩溶塌陷的主要因素为内聚力、内摩擦角、覆盖层厚度、覆盖层厚度减高水位埋深、覆盖层厚度减低水位埋深。内聚力和内摩擦角是土体稳定性计算必不可少的参数,其与岩溶塌陷密切相关;覆盖层厚度表示了土的自重相对大小;水位埋深表示水的浮托力相对大小;水位变幅表示水的作用力相对大小。因此,笔者采用内聚力 X_4 、内摩擦角 X_5 、覆盖层厚度 X_6 、覆盖层厚度减高水位埋深 X_7 、覆盖层厚度减低水位埋深 X_8 共 5 个因素作为判别因子,建立模型进行岩溶塌陷预测。判别结果中,0 表示稳定,1 表示塌陷。

2.2 Fisher 线性判别函数的建立

以上述 5 个岩溶塌陷判别指标作为判别因子,以文献^[22]提供的 20 组数据资料为训练样本(表 1),根据 Fisher 判别分析法,应用 SPSS 统计分析软件进行相关计算,获得未标准化的 Fisher 判别函数系数,建立 Fisher 线性判别函数 Y

$$Y = 0.033X_4 + 0.198X_5 + 0.331X_6 - 0.235X_7 + 0.271X_8 - 8.749$$

岩溶塌陷与否的两类总体典型判别函数在各组别的中心值分别为 -1.937 和 1.937。在此基础上,可以通过比较待判样本函数值与两组别中心值的距离来判别某一新样本归属哪一组别。

2.3 判别效果检验

利用回代估计法对 20 组训练样本进行回代检验(表 1)。由表 1 可知判别结果与实际情况完全相符,代入回判公式可知误判率为 0。将预测结果与逐步判别^[22]及神经网络判别^[16]结果进行比较分析(表 1)。由表 1 可以看出,利用这 3 种方法进

表 1 计算样本及结果

Tab. 1 Calculating samples and results

序号	地点	判别因子								判别结果			
		X_1	X_2	X_3	X_4/kPa	$X_5/(^{\circ})$	X_6/m	X_7/m	X_8/m	实际状态	逐步判别	神经网络判别	本文方法
1	地质一队	22.08	0.00	0.89	62.76	20.29	5.00	3.50	0.00	1	1	1	1
2	二药厂	33.68	0.36	1.20	34.32	22.30	10.00	6.00	-2.00	1	1	1	1
3	空压机厂	14.00	0.37	0.60	19.61	23.00	5.00	4.00	-2.00	1	1	1	1
4	橡胶机械厂	24.67	0.31	0.89	51.98	12.33	4.50	3.00	1.50	1	1	1	1
5	南溪山医院	17.00	0.45	0.76	13.73	26.85	6.50	2.50	-0.50	1	1	1	1
6	冶金地院	11.10	0.31	0.66	2.94	23.00	9.05	2.55	-1.30	1	1	1	1
7	齿轮厂	43.00	0.19	1.26	66.69	24.50	3.00	2.50	1.95	1	1	1	1
8	桂林机械厂	22.43	0.23	0.83	67.67	16.00	7.00	5.00	3.00	1	1	1	1
9	大风山化工厂	28.30	0.27	1.19	37.27	15.25	6.00	5.00	3.50	1	1	1	1
10	4406 工程	32.67	0.12	1.14	90.22	20.67	4.00	2.50	1.50	1	1	1	1
11	岩溶研究所	22.81	0.13	0.98	53.94	12.84	23.65	5.75	4.96	0	0	0	0
12	奇峰镇	20.50		1.11	58.84	26.80	13.90	9.90	8.10	0	0	0	0
13	南溪山量具厂	28.70	0.13	0.95	70.61	24.50	8.00	3.00	1.50	0	0	0	0
14	桂林造纸厂	27.75	0.05	0.99	77.47	24.75	15.00	9.70	6.70	0	0	0	0
15	水泥厂	29.00	0.19	0.92	75.51	21.80	9.00	4.00	2.50	0	0	0	0
16	瓦窑汽车厂	30.00	0.13	0.94	67.67	19.00	13.05	8.45	7.25	0	0	0	0
17	橡胶设计院	20.01	0.16	0.87	81.40	24.18	14.42	6.69	1.88	0	0	0	0
18	三里店 42 号孔	20.10	0.29	0.90	93.16	10.43	15.62	6.61	4.61	0	0	0	0
19	五里店砂轮厂	18.40	0.32	0.88	51.98	31.80	9.05	2.80	0.65	0	0	0	0
20	冷冻厂	27.30		1.12	50.99	30.28	7.44	4.94	2.88	0	0	0	0

注:天然孔隙比 X_3 为土壤中孔隙容积和固相土粒容积的比值。

行判别的结果一致,但与神经网络模型方法相比,笔者提出的方法更具有实用性和有效性,体现在建立模型时选择 20 组样本进行训练,不需进行模型和参数的选择,不受人为因素影响,避免了神经网络判别的目标函数存在极小点等问题。

3 模型应用

为进一步验证模型的可靠性,选择文献[22]

中另外 10 组代表性的案例进行预测(表 2)。将表 2 中指标代入所建立的 Fisher 线性判别函数中,可以分别得到 10 组不同案例得分。然后,分别计算各案例得分到各类别中心值的距离,结果见表 2。以序号为 1 的案例为例,可以计算其得分到各类中心得分的距离分别为 4.755 和 0.881。由于其距第 1 类中心点的距离(d_1)大于距第 0 类中心点的距离(d_0),因此,可以将序号为 1 的案例判别为

表 2 实例判别结果对比

Tab. 2 Comparisons of results of predicting samples in practical engineering

序号	地点	判别因子					得分	d_0	d_1	判别结果		实际情况
		X_1/kPa	$X_5/(^{\circ})$	X_6/m	X_7/m	X_8/m				本文方法	实际状态	
1	无线电一厂	54.92	13.79	4.70	3.10	2.07	-2.818	4.755	0.881	1	1	抽水孔附近有 8 个塌陷坑
2	飞机场 C21 孔	96.11	14.30	4.31	3.11	1.68	-1.595	3.532	0.342	1	1	抽水孔南北有塌坑
3	冷冻厂铁路	94.14	15.00	11.00	8.00	0.00	-0.911	2.848	1.026	1	1	洗井时墙角塌陷
4	大风山炮校	63.74	18.00	5.00	4.00	3.00	-1.553	3.490	0.384	1	1	该校及附近塌陷多处
5	蒋家渡坡下	107.87	19.40	9.00	7.40	0.10	-0.081	2.018	1.856	1	1	该村口有 1 个塌陷
6	罐头厂	79.43	14.57	12.56	5.96	3.66	0.506	1.431	2.443	0	0	抽水前后均无塌陷
7	泡花碱厂	116.70	19.80	7.70	6.40	4.90	1.395	0.542	3.332	0	0	该厂周围均无塌陷
8	榕城饭店	80.41	21.30	15.89	9.09	8.87	3.649	1.712	5.586	0	0	抽水前后均无塌陷
9	漓江印刷厂	114.74	21.30	12.00	10.50	8.50	3.063	1.126	5.000	0	0	该孔附近均无塌陷
10	蒋家渡坡上	107.87	19.40	12.00	8.36	3.10	1.500	0.437	3.437	0	0	该村坡上无塌陷

塌陷。同理,可以对其他案例进行判别预测。

将预测结果与现场情况对比,其结果与实际情况吻合。由此可见,笔者建立的岩溶塌陷预测的 Fisher 判别分析法具有一定的工程应用价值。

4 结 语

运用 Fisher 判别分析法,考虑土体强度、覆盖层厚度及水动力条件,针对岩溶塌陷预测问题,建立了 Fisher 线性判别函数。模型检验及实例计算结果表明,利用所建立的线性判别函数对岩溶塌陷进行判别是合理可行的。该方法对岩溶塌陷判别预测快速、有效,适用性强。

参 考 文 献 :

References :

- [1] 王思敬,黄鼎成. 中国工程地质世纪成就[M]. 北京:地质出版社,2004.
WANG Si-jing, HUANG Ding-cheng. Century achievements of engineering geology in China[M]. Beijing: Geology Publishing House, 2004. (in Chinese)
- [2] 贺可强,王 滨,杜汝霖. 中国北方岩溶塌陷[M]. 北京:地质出版社,2005.
HE Ke-qiang, WANG Bin, DU Ru-lin. Karst collapse in North China[M]. Beijing: Geology Publishing House, 2005. (in Chinese)
- [3] 蒋忠诚,裴建国,夏日元,等. 我国“十一五”期间的岩溶研究进展与重要活动[J]. 中国岩溶, 2010, 29(4): 349-354.
JIANG Zhong-cheng, PEI Jian-guo, XIA Ri-yuan, et al. Progresses and important activities of karst research during the 11th Five-year Plan in China[J]. Carsologica Sinica, 2010, 29(4): 349-354. (in Chinese)
- [4] 陈国亮. 岩溶地面塌陷的成因与防治[M]. 北京:中国铁道出版社,1994.
CHEN Guo-liang. Causes and prevention of the karst surface collapse [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1994. (in Chinese)
- [5] 康彦仁. 中国南方岩溶塌陷[M]. 桂林:广西科技出版社, 1990.
KANG Yan-ren. Karst collapse in South China[M]. Guilin: Guangxi Science and Technology Press, 1990. (in Chinese)
- [6] 雷明堂,蒋小珍,李 瑜. 岩溶塌陷预测评价系统及其应用——以唐山岩溶塌陷为例[J]. 中国岩溶, 1997, 16(2): 97-104.
LEI Ming-tang, JIANG Xiao-zhen, LI Yu. Sinkhole evaluation system and its application—taking the sinkholes in Tangshan City for example[J]. Carsologica Sinica, 1997, 16(2): 97-104. (in Chinese)
- [7] 蒙 彦,管振德. 应用光纤传感技术进行岩溶塌陷监测预报的关键问题探讨[J]. 中国岩溶, 2011, 30(2): 187-192.
MENG Yan, GUAN Zhen-de. A discussion on the key technical problem in monitoring and predicting sinkhole with optical fiber sensing (BOTDR) technique [J]. Carsologica Sinica, 2011, 30(2): 187-192. (in Chinese)
- [8] 熊平生,袁道先,谢世友. 我国南方岩溶山区石漠化基本问题研究进展[J]. 中国岩溶, 2010, 29(4): 355-362.
XIONG Ping-sheng, YUAN Dao-xian, XIE Shi-you. Progress of research on rocky desertification in South China karst mountain[J]. Carsologica Sinica, 2010, 29(4): 355-362. (in Chinese)
- [9] 刘功余. 桂南红层岩溶及其发育控制因素探讨[J]. 中国岩溶, 2011, 30(2): 145-155.
LIU Gong-yu. Karst features and the controlling factors of redbeds in South Guangxi [J]. Carsologica Sinica, 2011, 30(2): 145-155. (in Chinese)
- [10] 刘 辉,李 波,吴从师,等. 岩溶隧道掘进爆破震动效应分析[J]. 长安大学学报:自然科学版, 2010, 30(4): 56-59.
LIU Hui, LI Bo, WU Cong-shi, et al. Analysis on effects of vibration resulted from driving blasting in karst tunnel [J]. Journal of Chang'an University: Natural Science Edition, 2010, 30(4): 56-59. (in Chinese)
- [11] 张发旺,贾秀梅,赵 华. 灰色统计方法及其在岩溶塌陷预测分析中的应用[J]. 河北地质学院学报, 1996, 19(2): 144-150.
ZHANG Fa-wang, JIA Xiu-mei, ZHAO Hua. Application of gray system statistic method in the field of karst collapse prediction analysis [J]. Journal of Hebei College of Geology, 1996, 19(2): 144-150. (in Chinese)
- [12] 蒙 彦,黄健民,雷明堂,等. 基于灰色 Verhulst 模型的岩溶塌陷定量预报预测方法[J]. 中国岩溶, 2009, 28(1): 17-22.
MENG Yan, HUANG Jian-min, LEI Ming-tang, et al. Quantitative forecast method of karst collapse based on grey Verhulst Model [J]. Carsologica Sinica, 2009, 28(1): 17-22. (in Chinese)
- [13] 陈学军,陈植华,陈先华,等. 桂林市西城区岩溶塌陷模糊层次综合预测[J]. 桂林工学院学报, 2000, 20(2): 112-116.
CHEN Xue-jun, CHEN Zhi-hua, CHEN Xian-hua, et al. Fuzzy-hierarchy prediction of karst collapse in the West Area of Guilin City [J]. Journal of Guilin Institute of Technology, 2000, 20(2): 112-116. (in Chinese)
- [14] 包惠明,胡长顺. 岩溶塌陷两级模糊综合评判[J]. 水文地质工程地质, 2001, 28(3): 49-52.
BAO Hui-ming, HU Chang-shun. Two-stage fuzzy comprehensive evaluation of karst collapse [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2001, 28(3): 49-52. (in Chinese)
- [15] 柏 瑾,周游游,王 伟. 基于模糊综合评判的大石围天坑群生态旅游形象定位[J]. 中国岩溶, 2010, 29(1): 93-97.
BAI Jin, ZHOU You-you, WANG Wei. Eco-tourism image positioning for Dashiwei Tiankeng group on the basis of comprehensive fuzzy evaluation [J]. Carsologica Sinica, 2010, 29(1): 93-97. (in Chinese)
- [16] 贺玉龙,杨立中,黄 涛. 人工神经网络在岩溶塌陷预测中的应用研究[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1999, 10(4): 86-90.
HE Yu-long, YANG Li-zhong, HUANG Tao. Research on

- application of artificial neural network in the prediction of karst collapse[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 1999, 10(4): 86-90. (in Chinese)
- [17] 朱杰杰,刘挺权,张秀彦. 唐山市岩溶塌陷的神经网络预测模型[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2003, 22(6): 753-755.
ZHU Qing-jie, LIU Ting-quan, ZHANG Xiu-yan. Neural network predicting model of karst collapse in Tangshan City[J]. Journal of Liaoning Technical University, 2003, 22(6): 753-755. (in Chinese)
- [18] 郑长统,梁虹. 基于人工神经网络的喀斯特地区水资源承载力综合评价——以贵州省为例[J]. 中国岩溶, 2010, 29(2): 170-175.
ZHENG Chang-tong, LIANG Hong. Comprehensive evaluation on carrying capacity of water resources based on the artificial neural network—a case study in Guizhou Province[J]. Carsologica Sinica, 2010, 29(2): 170-175. (in Chinese)
- [19] 陈红江,李夕兵,刘爱华,等. 用 Fisher 判别法确定矿井突水水源[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2009, 40(4): 1114-1120.
CHEN Hong-jiang, LI Xi-bing, LIU Ai-hua, et al. Identifying of mine water inrush sources by Fisher discriminant analysis method[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2009, 40(4): 1114-1120. (in Chinese)
- [20] 于秀林. 多元统计分析[M]. 北京: 中国统计出版社, 2002.
YU Xiu-lin. Multiple statistical analysis[M]. Beijing: China Statistical Publishing House, 2002. (in Chinese)
- [21] 范金城,梅长林. 数据分析[M]. 北京: 科学出版社, 2002.
FAN Jin-cheng, MEI Chang-lin. Data analysis[M]. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese)
- [22] 中国地质科学院岩溶地质研究所. 桂林环境工程地质[M]. 重庆: 重庆出版社, 1988.
Institute of Karst Geology of Chinese Academy of Geological Sciences. Guilin environmental engineering geology[M]. Chongqing: Chongqing Publishing House, 1988. (in Chinese)

(上接第 78 页)

- [3] ZAREMBAMA. Lovecanal: an introduction[EB/OL]. (2004-08-07) [2011-03-12]. <http://www.onlineethics.org/resources/cases/lcanal.aspx>. (in Chinese)
- [4] 新京报. 北京地铁 5 号线掘出有毒气体, 工期影响尚难定论[EB/OL]. (2004-05-01) [2011-03-01]. <http://news.sina.com.cn/c/2004-05-01/03453180322.shtml>.
The Beijing News. The toxic gases were found in Line 5 of Beijing Subway, so the impact of the gases on construction period was not determined[EB/OL]. (2004-05-01) [2011-03-01]. <http://news.sina.com.cn/c/2004-05-01/03453180322.shtml>. (in Chinese)
- [5] 张升, 盈尚轩. 淮河干流突发性污染数值模拟的应用研究[J]. 水利科技与经济, 2010, 16(8): 845-846.
ZHANG Sheng, YING Shang-xuan. Study on the application of numerical model for the sudden pollution accident in the main stream of Huai River[J]. Water Conservancy Science and Technology and Economy, 2010, 16(8): 845-846. (in Chinese)
- [6] 张防修, 王艳平, 刘兴盛, 等. 黄河下游突发性污染事件数值模拟[J]. 水利学报, 2007, 38(增): 613-618.
ZHANG Fang-xiu, WANG Yan-ping, LIU Xing-sheng, et al. Numerical model for the sudden pollution accident in the lower of the Yellow River[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2007, 38(S): 613-618. (in Chinese)
- [7] RATHFELDER K M, LANG J R, ABRIOLA L M. A numerical model (MISER) for the simulation of coupled physical, chemical and biological processes in soil vapor extraction and bioventing systems[J]. Journal of Contaminant Hydrology, 2000, 43(3/4): 239-270.
- [8] CHENG P, WANG C Y. A multiphase mixture model for multiphase, multicomponent transport in capillary porous media II: numerical simulation of the transport of organic compounds in the subsurface[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1996, 39(17): 3619-3632.
- [9] BELTMAN W H J, BOESTEN J J T I, VAN DER ZEE S E A T M. Analytical modelling of pesticide transport from the soil surface to a drinking water well[J]. Journal of Hydrology, 1995, 169(1/2): 209-228.
- [10] HANTUSH M M, MARINO M A. An analytical model for the assessment of pesticide exposure levels in soils and groundwater[J]. Environmental Modeling and Assessment, 1996, 1(4): 263-276.
- [11] JIAO J J, TANG Z H. An analytical solution of groundwater response to tidal fluctuation in a leaky confined aquifer[J]. Water Resources Research, 1999, 35(3): 747-751.
- [12] VAN DER ZEE S E A T M, BOESTEN J J T I. Effects of soil heterogeneity on pesticide leaching to groundwater[J]. Water Resources Research, 1991, 27(12): 3051-3063.
- [13] CLEARY R W, UNGS M J. Groundwater pollution and hydrology: mathematical models and computer programs[M]. Princeton: Princeton University Press, 1978.