

李萍,白健忠,GRIFFITHS D V,等.黄土边坡可靠度的随机有限元分析[J].地球科学与环境学报,2019,41(1):116-126.  
LI Ping, BAI Jian-zhong, GRIFFITHS D V, et al. Random Finite Element Analysis for the Reliability of Loess Slopes[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2019, 41(1): 116-126.

## 黄土边坡可靠度的随机有限元分析

李 萍<sup>1</sup>,白健忠<sup>1</sup>,GRIFFITHS D V<sup>2</sup>,李同录<sup>1</sup>,郑亚楠<sup>3</sup>

(1. 长安大学 地质工程与测绘学院,陕西 西安 710054; 2. Department of Civil and Environmental Engineering, Colorado School of Mines, Colorado Golden 80401;  
3. 天水金泉矿业有限公司西安分公司,陕西 西安 710065)

**摘要:**为了研究黄土边坡的可靠度,在对黄土强度参数进行变异性统计、概率分布检验及垂直向自相关距离计算的基础上,将黄土强度参数黏聚力和内摩擦角作为随机变量,将其在二维边坡剖面的空间变化作为随机场,用局部平均细分法将符合一定均值和标准差的强度参数按随机场分布在边坡剖面的有限元网格上,再采用弹-理想塑性有限元计算边坡稳定系数,用Monte-Carlo法计算其失效概率。结果表明:黄土黏聚力的变异系数多在0.30以上,内摩擦角的变异系数多在0.20以下,且黄土高原从西向东两个参数的变异性都增大;黏聚力和内摩擦角的概率分布类型对边坡失效概率计算结果影响显著,统计检验发现黏聚力采用对数正态分布、内摩擦角采用正态分布为宜;黄土地层的垂直向自相关距离多在0.7 m以内,与计算厚度的比值多小于0.2;在大部分黄土的变异系数与自相关距离水平下,采用确定场进行可靠度分析,多数情况将极大地高估了黄土边坡的失效概率,而在极端高变异系数水平下,采用确定场进行可靠度分析,又将极大地低估其失效概率。

**关键词:**黄土边坡;随机场;有限元;黏聚力;内摩擦角;自相关距离;可靠度;稳定系数

中图分类号:P642.13<sup>+</sup>1; TU43 文献标志码:A 文章编号:1672-6561(2019)01-0116-11

## Random Finite Element Analysis for the Reliability of Loess Slopes

LI Ping<sup>1</sup>, BAI Jian-zhong<sup>1</sup>, GRIFFITHS D V<sup>2</sup>, LI Tong-lu<sup>1</sup>, ZHENG Ya-nan<sup>3</sup>

(1. School of Geology Engineering and Geomatics, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China;  
2. Department of Civil and Environmental Engineering, Colorado School of Mines, Golden 80401, Colorado,  
USA; 3. Xi'an Branch of Tianshui Kimcheon Mining Co., Ltd., Xi'an 710065, Shaanxi, China)

**Abstract:** In order to study the reliability of loess slopes, the variability and probability distribution characteristics of loess strength parameters were estimated with 4 018 groups of loess direct shear data, and the autocorrelation distances were analyzed with two cone penetration test (CPT) data. The cohesion and internal friction angle were taken as the random variables, which form random fields on a two-dimensional slope section. The factor of safety was calculated by the elastic-plastic finite element method based on the mean strength parameters. The probabilistic analyses used a mean and standard deviation distribution in the finite element mesh through the method of local average subdivision. The failure probability was calculated by the Monte-Carlo method. The data show that on the loess plateau of China, the coefficient of variation of the

收稿日期:2018-10-01;修回日期:2018-11-12 投稿网址:<http://jese.chd.edu.cn/>

基金项目:国家自然科学基金项目(41877242,41772278);中央高校基本科研业务费专项资金项目(310826172001)

作者简介:李萍(1971-),女,内蒙古临河人,副教授,工学博士,E-mail:dcdgx07@chd.edu.cn。

cohesion is usually more than 0.30, and that of the friction angle is less than 0.20. The cohesion and friction angle are assumed to be lognormally and normally distributed, respectively, and the autocorrelation distance is limited to 0.2 of the slope height. In a single random variable approach (autocorrelation distance is equal to infinity), the probability of failure is overestimated for low coefficients of variation, and underestimated for high coefficients of variation.

**Key words:** loess slope; random field; finite element; cohesion; internal friction angle; autocorrelation distance; reliability; stability factor

## 0 引言

强度参数变异性来源于土体固有的不确定性、取样的不确定性及试验的不确定性等。这些不确定性对岩土稳定性评价结果影响显著,需采用统计方法对参数进行处理和估计。如 Lumb 对海积土物理力学指标进行了不确定性估计,认为各指标线性回归后的残差服从正态分布<sup>[1]</sup>;冷伍明等给出了考虑各种主要不确定性因素和土性空间平均性质的土工参数空间变异系数的综合计算式<sup>[2]</sup>。近几十年来采用考虑土性变异性的可靠度理论解决岩土体稳定性问题,受到众多研究者的关注<sup>[3-6]</sup>。边坡稳定状态可以以边坡稳定系数( $F_s$ )来表达,其表达式为

$$Z = F_s - 1 \quad (1)$$

式中: $Z$  为状态函数, $Z > 0$  说明边坡处于稳定状态, $Z = 0$  说明边坡处于极限状态, $Z < 0$  说明边坡处于失稳状态。

岩土强度参数空间分布可分为确定场<sup>[7-9]</sup>和随机场<sup>[10]</sup>两种可靠度计算模型。确定场模型在一次稳定系数计算中,同一地层的随机变量(如黏聚力( $c$ )、内摩擦角( $\varphi$ ))取值各处相同;随机场模型中,假定土性参数在一定距离内相关,引进了一个新的参数——自相关距离( $\delta_u$ )。自相关距离越小,反映了土体性质变化越快,随机性越显著;反之,自相关距离越大,反映了土体性质变化越缓慢,随机性越不显著。当自相关距离趋于无穷,土体强度参数的空间分布趋近于确定场。闫澍旺等分析认为天津塘沽地区软土的静力触探(CPT)锥尖阻力和侧摩阻力是一个平稳且具有各态历经性的随机场<sup>[11]</sup>。黄土为天然形成的非饱和土,强度不仅与固有的结构性有关,而且对含水状态敏感。李新生等通过对西安黄土的静力触探数据分析,显示黄土的自相关距离多在 0.7 m 以内,与其厚度相比,具有显著的空间随机性<sup>[12-13]</sup>。由此可见,利用随机场模型,能更准确地分析黄土工程的可靠度。

随机场模型可分为标准差折减法与随机场离散法。张健等分别对两类方法在边坡中进行了应

用<sup>[14-15]</sup>。标准差折减法是将一层土点上获取的土性参数估计的标准差进行折减后,按确定场的方法估计边坡可靠度。其计算公式为

$$\bar{\sigma} = \sigma \Gamma(h) \quad (2)$$

$$\Gamma^2(h) = \begin{cases} 1 & h \leq \delta_u \\ \delta_u/h & h > \delta_u \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\bar{\sigma}$  为折减后的标准差; $\sigma$  为点上统计地层的标准差; $\Gamma(h)$  为折减系数; $h$  为统计地层厚度; $\Gamma^2(h)$  为方差折减系数。

随机场离散法有中心点离散法、局部平均离散法及随机场插值法。近年来随机场离散网格与有限元网格相结合,应用较为广泛。Griffiths 等采用局部平均离散法与有限元相结合,对高度 10 m 的简单土坡进行了可靠度分析<sup>[16]</sup>。但采用有限元进行随机场可靠度分析,存在计算效率低、商业有限元软件难以置入随机场等问题,李典庆等在处理该问题时进行了较多尝试<sup>[17-19]</sup>。

李萍等采用确定场分析黄土边坡可靠度,已经展开了一定的工作<sup>[20-23]</sup>,而采用随机场分析黄土边坡可靠度,目前还是空白。本文采用 Fenton 等提出的局部平均细分法<sup>[24]</sup>作为随机场离散法,建立黄土高边坡的随机场模型,对黄土高原大样本的强度参数变异性与概率分布进行统计,采用深静力触探孔(达第 5 层古土壤)的测试结果计算黄土垂直向自相关距离,采用弹-理想塑性有限元计算稳定系数,采用 Monte-Carlo 法计算失效概率,分析强度参数随机场对黄土边坡失效概率的影响,为随机场可靠度分析黄土边坡稳定性提供基础数据。

## 1 黄土强度参数变异性及其概率分布

本文收集了河南、山西、陕西、甘肃高速公路及铁路勘察报告中共 4 018 组黄土物理力学指标作为样本,统计结果见表 1。数据东自山西吕梁山,西至甘肃永登,南自陕西西安,北至陕西靖边,基本覆盖了黄土高原的主要范围。由表 1 可见:密度及液、塑限的变异性较小,变异系数在 0.10 左右;而含水率、

饱和度、内摩擦角和黏聚力的变异系数较大,都在 0.25 以上,尤其是黏聚力变异系数达 0.73。将整个

黄土高原的数据放在一起统计,会增大各指标的变异性。而按工点进行统计,更能代表场地特征。

表 1 黄土物理力学指标统计结果

Tab. 1 Statistical Results of Loess Physical and Mechanical Indexes

指标	含水率/ %	天然密度/ (kN·m <sup>-3</sup> )	比重	孔隙比	干密度/ (kN·m <sup>-3</sup> )	饱和度/ %	液限/ %	塑限/ %	塑性指数/ %	内摩擦角/ (°)	黏聚力/ kPa
最小值	1.2	1.12	2.60	0.391	1.02	2.7	18.9	10.8	2.0	1.0	0.6
最大值	39.7	2.22	2.77	1.579	1.94	100.0	48.7	30.8	25.7	52.5	249.7
平均值	17.1	1.77	2.71	0.812	1.51	61.7	28.7	18.0	10.7	23.4	36.0
标准差	4.8	0.22	0.01	0.194	0.16	24.4	3.4	1.6	2.5	6.6	26.3

注:含水率( $w$ )、天然密度( $\rho$ )、比重( $G_s$ )、孔隙比( $e$ )、干密度( $d$ )、饱和度( $S_r$ )、液限( $w_L$ )、塑限( $w_P$ )、塑性指数( $I_p$ )、内摩擦角、黏聚力变异系数分别为 0.30、0.12、0、0.24、0.10、0.40、0.12、0.09、0.23、0.28、0.73。

侯晓坤等统计了黄土地区公路大桥、隧道、车站等 79 个工点的黏聚力和内摩擦角<sup>[25]</sup>。每个工点的统计样本数大于 6 个,自东向西按工点的地理位置排列,绘制变异系数随地域的变化(图 1)。由图 1 可见,各工点黏聚力的变异系数( $V_c$ )较大,内摩擦角的变异系数( $V_\phi$ )较小。黏聚力的变异系数多在 0.30 以上,内摩擦角的变异系数多在 0.20 以下。黄土强度参数变异性在黄土高原可明显地分成 3 段:甘肃马衔山以西地区多为砂黄土或粉土,变异性较小,黏聚力和内摩擦角的变异系数平均值分别为 0.03、0.04;甘肃陇西、陇东,及陕西关中、富县、甘泉等地变异性较大,黏聚力和内摩擦角的变异系数平均值分别为 0.38、0.14;而河南、山西等地变异性最大,黏聚力和内摩擦角的变异系数平均值分别为 0.57、0.26。从西向东,黄土强度参数变异性增大,这主要是因为土的级配和矿物成分是决定黄土强度参数变异性的主要因素。黄土高原由西向东,细粒含量增高,尤其是黏粒含量增高,黄土强度对水的敏

感性增强,随之变异性增大。图 1 中,  $V_c > 0.80$  的样本多是山西西部的午城黄土,粒径小于 0.005 mm 的黏粒含量(质量分数)多超过 30%,含水率低时黏聚力高,但随着含水率增高,黏聚力大幅减小,此时变异性最大。总之,黄土强度参数变异性具有区域性特点,这与其形成环境和黄土的成分、结构及对水的敏感性有关;而且不同时代的黄土由于其固结历史和固结应力不同,其性质也有差异。

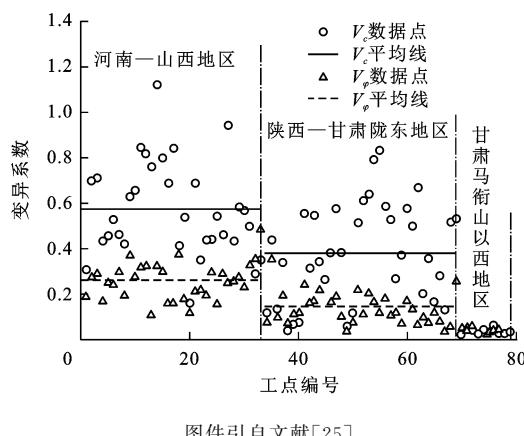
由于工点的样本量少,难以完成概率分布的假设检验,所以根据黄土高原地貌和土性差异划分为 10 个区域<sup>[26]</sup>,根据垂直向按时代划分为  $Q_1$ 、 $Q_2$ 、 $Q_3$  等 3 个地层,选取样本数大于 50 的区域地层黏聚力和内摩擦角进行假设检验,获得 15 组样本,检验结果如表 2。采用 K-S 检验法进行正态分布和对数正态分布的假设检验。将  $n$  个样本测试值  $x$  的累积频率( $F_n(x)$ )与假设的理论概率分布( $F(x)$ )相比较,其最大差值( $D_{\max}$ )满足条件可接受假设模型。其满足条件为

$$D_{\max} = \max |F(x) - F_n(x)| < D_n^a \quad (4)$$

15 组样本中,黏聚力有 10 组接受正态分布,8 组接受对数正态分布,而内摩擦角有 14 组接受正态分布,仅有 6 组接受对数正态分布。由此可见,内摩擦角采用正态分布是合理的,黏聚力采用正态分布或对数正态分布接受的比例仅过半。

## 2 黄土自相关距离

根据 Vanmarcke 建立的土体随机场模型<sup>[27]</sup>,计算自相关距离需要连续测试数据,一般采用静力触探结果。计算方法主要有递推空间法和相关函数法。闫澍旺等认为当样本容量足够大时,理论上这两种方法的计算结果是大致相同的<sup>[28-29]</sup>。假定黄土强度参数在空间上为齐次平稳的随机场,自相关距



图件引自文献[25]

图 1 黏聚力和内摩擦角的变异系数分布

Fig. 1 Distribution of Coefficient of Variation of the Cohesion and Internal Friction Angle

表2 黏聚力和内摩擦角概率分布检验结果

Tab. 2 Test Results of Probability Distribution of the Cohesion and Internal Friction Angle

地区	地层	样本数	不同分布下黏聚力检验结果				不同分布下内摩擦角检验结果				$D_n^a$	
			正态分布		对数正态分布		正态分布		对数正态分布			
			$D_{\max}$	验证	$D_{\max}$	验证	$D_{\max}$	验证	$D_{\max}$	验证		
兰州—会宁	Q <sub>3</sub>	266	0.230	×	0.145	×	0.070	√	0.090	×	0.083	
	Q <sub>2</sub>	219	0.288	×	0.233		0.159	×	0.148	×	0.091	
天水—通渭	Q <sub>2</sub>	72	0.157	√	0.068	√	0.083	√	0.121	√	0.158	
陇东	Q <sub>3</sub>	182	0.063	√	0.074	√	0.091	√	0.126	×	0.100	
	Q <sub>2</sub>	145	0.172	×	0.128		0.084	√	0.067	√	0.112	
关中	Q <sub>2</sub>	218	0.065	√	0.079	√	0.081	√	0.043	√	0.087	
甘泉	Q <sub>2</sub>	121	0.070	√	0.113	√	0.053	√	0.087	√	0.122	
靖边—安塞	Q <sub>2</sub>	84	0.127	√	0.113	√	0.078	√	0.113	√	0.157	
隰县—离石	Q <sub>2</sub>	467	0.191	×	0.059	√	0.050	√	0.082	×	0.063	
	Q <sub>1</sub>	102	0.129	√	0.128	√	0.073	√	0.060	√	0.148	
乡宁—吉县	Q <sub>3</sub>	92	0.128	√	0.143	×	0.132	√	0.192	×	0.140	
	Q <sub>2</sub>	536	0.063	×	0.106	×	0.054	√	0.136	×	0.058	
三门峡—河津	Q <sub>1</sub>	221	0.065	√	0.106	×	0.067	√	0.136	×	0.091	
	Q <sub>3</sub>	297	0.045	√	0.103	×	0.073	√	0.389	×	0.078	
	Q <sub>2</sub>	188	0.088	√	0.063	√	0.093	√	0.146	×	0.098	

注:√表示通过检验;×表示未通过检验; $D_n^a$ 为n个样本在一定显著水平下的临界值,n代表样本数,a代表置信水平,本文取0.05。

离计算公式为

$$\delta_u = \Delta z \Gamma^2(\Delta z) \quad h \rightarrow \infty \quad (5)$$

式中: $\Delta z$ 为递推过程中取平均值的范围。

将 $\Delta z$ 取为取样间距的倍数,即 $\Delta z = n \Delta z_0$ , $\Delta z_0$ 为静力触探获取数据的取样间距。本文取 $\Delta z_0 = 5$  cm,则式(5)可表示为

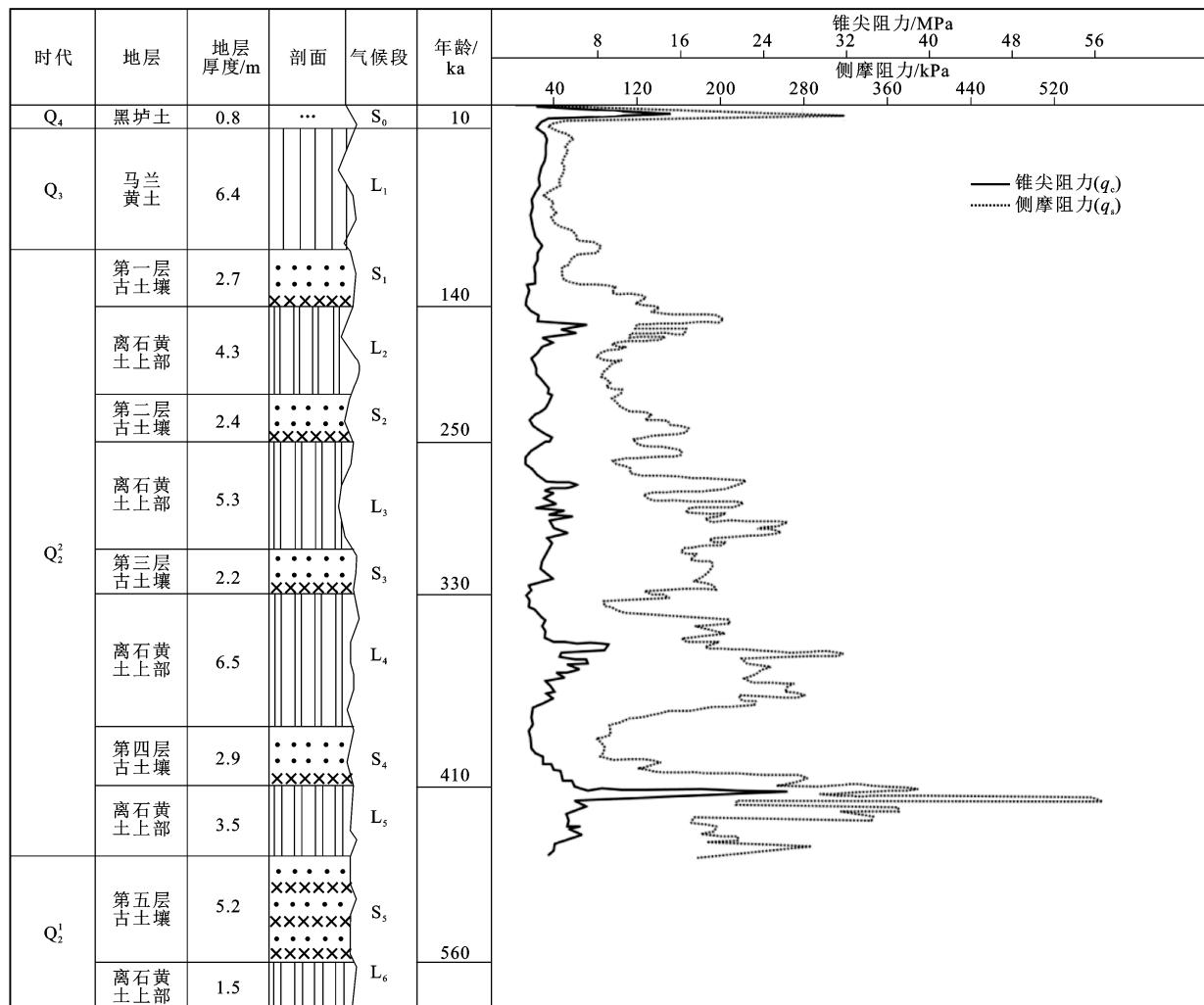
$$\delta_u = n \Delta z_0 \Gamma^2(n \Delta z_0) \quad (6)$$

因为地层厚度充分大时,自相关距离为一常数,Vanmarcke提出的递推空间法<sup>[27]</sup>建议采用绘制 $\Gamma(n)-n$ 曲线;当n取某一值后,折减系数趋向于平稳,找出平稳点 $n^*$ ;以该点为计算点,利用式(6)即可求出自相关距离。本文以陕西洛川地区所做的两个深静力触探孔数据<sup>[30]</sup>进行自相关距离计算。1#孔深度为37.1 m,2#孔深度为37.2 m,灌入达第5层古土壤。静力触探采用双桥探头,锥底直径35.7 mm,锥底面积 $10 \text{ cm}^2$ ,摩擦筒表面积 $200 \text{ cm}^2$ ,锥角60°,实测贯入速度 $0.5 \text{ m} \cdot \text{min}^{-1}$ ,每次贯入10 cm。图2为两个孔的静力触探曲线及其地层剖面。由于孔的样本数不可能无限大,在 $\Gamma(n)-n$ 曲线上一般难以找到平稳点 $n^*$ 。张梅等认为当地层厚度为有限值时,递推乘积的最大值应最接近自相关距离<sup>[29]</sup>,因此, $\Delta z \Gamma^2(\Delta z)-\Delta z$ 曲线的最大值接近自相关距离。本文采用这一方法,绘制 $\Delta z \Gamma^2(\Delta z)-\Delta z$ 曲线(图3)。获得的自相关距离见表3。

李小勇等利用静力触探数据计算了太原和杭州粉土的垂直向自相关距离( $\delta_{uv}$ ),在1.0 m内;利用波速测试数据计算了水平向自相关距离( $\delta_{uh}$ ),在40 m左右<sup>[31]</sup>。高大钊利用静力触探数据对上海地区的典型地层垂直向自相关距离进行了统计,均值在1.60 m以内<sup>[32]</sup>。李新生等采用西安的静力触探数据计算了西安地区黄土地层的垂直向自相关距离,黄土和古土壤都在0.70 m以下<sup>[12]</sup>。杨勇等计算得到西安地区黄土的自相关距离平均值在0.30 m左右,最大值仅0.70 m<sup>[13]</sup>。表3列出的黄土垂直向自相关距离也多在0.70 m以内,仅有L<sub>1</sub>、L<sub>4</sub>和S<sub>0</sub>—S<sub>5</sub>的合并层大于0.70 m,最大值是采用2#孔 S<sub>0</sub>—S<sub>5</sub>合并层的锥尖阻力计算值,达2.99 m。对地层厚度在10 m以内的地层,自相关距离在0.7 m以内进行考虑是可靠的;厚度在40 m以内的地层,自相关距离在3.0 m以内考虑是可靠的。

### 3 有限元随机场模型

以黏聚力和内摩擦角为随机变量,弹-理想塑性有限元与强度折减法结合计算稳定系数,弹性模量(E)取 $1 \times 10^5 \text{ kPa}$ ,泊松比( $\mu$ )取0.30,剪胀角( $\Psi$ )取0,重度为确定值,取 $18.0 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$ 。有限元网格为正方形,8节点单元(图4)。坡高(H)的左边约束在距坡口线 $1.6H$ 处,右侧约束在距坡脚 $0.4H$



图件引自文献[30]

图 2 静力触探曲线和地层信息柱状图

Fig. 2 CPT Curves and the Loess Strata Information

处,底部约束在距坡脚下  $0.4H$  处。Monte-Carlo 法计算失效概率( $P_f$ ),随机抽样 2 000 次。采用 Fenton 等提出的局部平均细分法<sup>[24]</sup>进行随机变量离散,选用 Markovian 协方差函数。随机变量离散单元与有限元网格相匹配。图 5、6 分别为黏聚力和内摩擦角的离散结果及边坡变形,浅色网格代表黏聚力和内摩擦角低,深色网格代表黏聚力和内摩擦角高。水平向自相关距离采用 40 m,垂直向自相关距离的分析采用了无量纲参数  $\Theta$ 。其表达式为

$$\Theta = \frac{\delta_{uv}}{H} \quad (7)$$

## 4 结果分析

### 4.1 强度参数概率分布类型

图 7 表示了黏聚力和内摩擦角随机分布的 4 种组合类型,其中横坐标是水平向与垂直向自相关距

离的比值,取  $\delta_{uh}/\delta_{uv} > 5$  的数据进行比较(黄土地层多符合这一条件)。由图 7 可见,黏聚力和内摩擦角都采用正态分布(normal( $c$ )-normal( $\varphi$ ))组合,将评估出较大的失效概率,比同时采用对数正态分布(log norm( $c$ )-log norm( $\varphi$ ))的失效概率大 5 倍以上。而黏聚力采用正态分布、内摩擦角采用对数正态分布的组合,以及黏聚力采用对数正态分布、内摩擦角采用正态分布的组合,居于二者之间,可见概率分布类型对可靠度分析有很大的影响。本文后续分析选用了黏聚力采用对数正态分布、内摩擦角采用正态分布的组合,这样一方面接近检验的结果,另一方面不会导致估计的失效概率过大或过小。

图 8 表示了稳定系数与失效概率的关系,其中取垂直向自相关距离为 1.6 m,  $\delta_{uh}/\delta_{uv} = 25$ 。由图 8 可见:在  $F_s \leq 1.10$  条件下,3 种参数模型组合下计算的失效概率差异较小;当  $F_s \geq 1.20$  条件下,随着

表3 递推空间法求解的垂直向自相关距离

Tab. 3 Autocorrelation Distances Calculated by the Recursive Space Method

地层	地层厚度/m	1#孔				2#孔			
		锥尖阻力		侧摩阻力		锥尖阻力		侧摩阻力	
		$\delta_u/m$	$\Theta$	$\delta_u/m$	$\Theta$	$\delta_u/m$	$\Theta$	$\delta_u/m$	$\Theta$
S <sub>0</sub>	0.8	0.14	0.17	0.15	0.19	0.08	0.10	0.10	0.12
L <sub>1</sub>	6.4	1.31	0.21	0.41	0.06	0.89	0.14	0.20	0.03
S <sub>1</sub>	2.7	0.57	0.21	0.52	0.19	0.53	0.20	0.28	0.10
L <sub>2</sub>	4.3	0.50	0.12	0.71	0.16	0.54	0.13	0.27	0.06
S <sub>2</sub>	2.4	0.35	0.15	0.50	0.21	0.33	0.14	0.33	0.14
L <sub>3</sub>	5.3	0.65	0.12	0.68	0.13	0.27	0.05	0.25	0.05
S <sub>3</sub>	2.2	0.22	0.10	0.13	0.06	0.43	0.20	0.39	0.18
L <sub>4</sub>	6.5	0.77	0.12	0.53	0.08	0.67	0.10	0.86	0.13
S <sub>4</sub>	2.9	0.40	0.14	0.34	0.12	0.25	0.09	0.19	0.07
L <sub>5</sub>	3.5	0.31	0.09	0.48	0.14	0.52	0.15	0.37	0.11
S <sub>0</sub> —L <sub>5</sub>	37.0	0.99	0.03	0.87	0.02	2.99	0.08	1.93	0.05

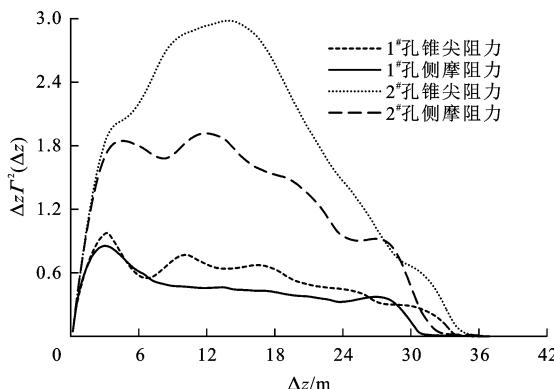
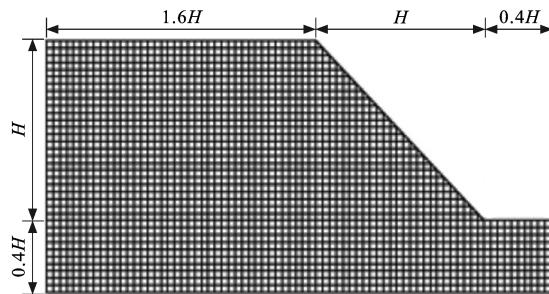
图3  $\Delta z\Gamma^2(\Delta z)$ - $\Delta z$  曲线Fig. 3 Curves of  $\Delta z\Gamma^2(\Delta z)$ - $\Delta z$ 

图4 有限元模型

Fig. 4 Finite Element Model

稳定系数的增长,失效概率显著分异,双对数正态分布型(log norm( $c$ )-log norm( $\varphi$ )组合)失效概率接近0,而双正态分布型(normal( $c$ )-normal( $\varphi$ )组合)失效概率高达41%。Griffiths等认为土的黏聚力和内摩擦角宜用对数正态分布,以避免随机抽样过程中负值的出现<sup>[33]</sup>。但本文通过对黄土强度参数的

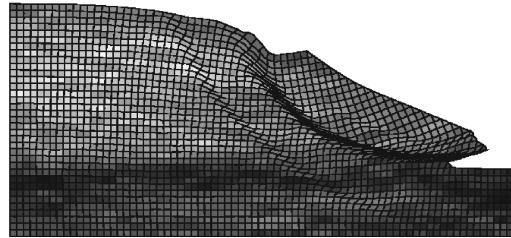


图5 随机变量黏聚力分布及破坏边坡变形

Fig. 5 Distribution of the Cohesion Which Is Random Variable and the Deformation of Unstable Slope

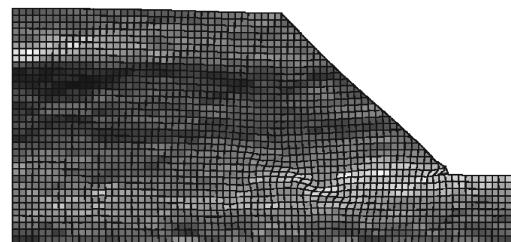


图6 随机变量内摩擦角分布及未破坏边坡变形

Fig. 6 Distribution of the Internal Friction Angle Which Is Random Variable and the Deformation of Stable Slope

大样本假设检验,认为至少内摩擦角用正态分布为宜。《水电水利工程边坡设计规范》(SL 386—2007)对稳定系数的要求阈值在1.3左右<sup>[34]</sup>。在这个稳定系数条件下,参数概率分布类型对失效概率计算结果的影响不能忽略。本文选取黏聚力采用对数正态分布、内摩擦角采用正态分布的组合,这个组合有3个益处:①符合前述对黄土样本的假设检验结果;②估计的失效概率不会过大(与双正态分布组合比较)或过小(与双对数正态分布组合比较);③避免了

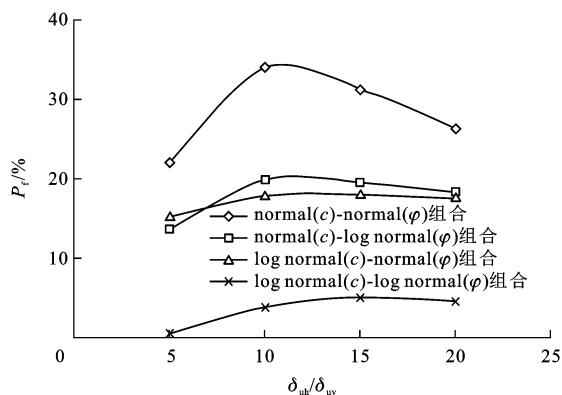
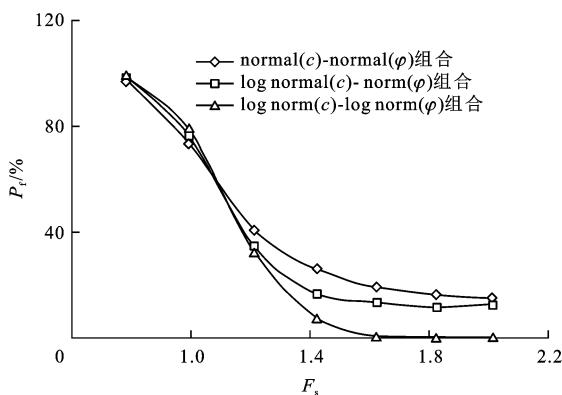
图 7 不同参数模型分布对失效概率的影响 ( $F_s = 1.50$ )Fig. 7 Distribution Influence of Different Parameter Models on Failure Probability ( $F_s = 1.50$ )

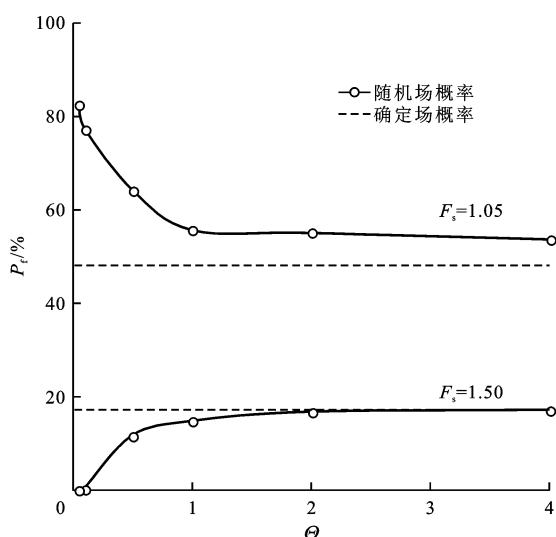
图 8 不同参数模型下稳定系数与失效概率的关系

Fig. 8 Relationship Between Stability Factor and Failure Probability Under Different Parameter Models

随机抽样过程中参数出现负值。由于黏聚力变异系数大,采用正态分布,将出现较多负值,而内摩擦角变异系数小,采用正态分布,出现负值的几率也小。

#### 4.2 自相关距离

计算取坡高为 10 m,水平向自相关距离为 40 m,黏聚力和内摩擦角变异系数都为 0.50 的边坡,其坡度为 1 : 1。自相关距离与失效概率的关系如图 9 所示。当  $F_s = 1.05$  时,边坡接近极限状态,确定场( $\Theta = \infty$ )的失效概率为 49.4%,而随机场的失效概率随着垂直向自相关距离的增大而减小,在  $\Theta$  接近 0 时,随机场的失效概率接近 100%,当  $\Theta > 1.0$  时,即垂直向自相关距离大于坡高时,接近确定场的分析结果,随着垂直向自相关距离的继续增大,随机场的失效概率趋于稳定。在  $F_s = 1.50$  时,代表边坡较为稳定,确定场的失效概率为 17.3%,而随机场的失效概率随着  $\Theta$  的增大而增大,当  $\Theta$  接近 0 时,随机场的失效概率也接近于 0%,当  $\Theta > 1.0$  时,随机场的失效概率接近确定场分析结果。黄土边坡

图 9 自相关距离对失效概率的影响 ( $V_c = V_\varphi = 0.50$ )Fig. 9 Influence of Autocorrelation Distance on Failure Probability ( $V_c = V_\varphi = 0.50$ )

高,而垂直向自相关距离小,  $\Theta$  多小于 0.2,可见垂直向自相关距离对黄土高边坡的可靠度影响显著。

图 10 绘制了在不同  $\Theta$  下稳定系数与失效概率的关系,考虑了不同的内摩擦角情况,黏聚力和内摩擦角的变异系数取自表 1。当失效概率大于 41.0% 时,相同的稳定系数条件下,  $\Theta$  越小, 失效概率越大;而当失效概率小于 32.5% (这个界限因内摩擦角的不同略有差异)时,相同的稳定系数条件下,  $\Theta$  越小, 失效概率也越小;失效概率在 32.5%~41.0% 范围内,垂直向自相关距离对失效概率影响较小,与确定场的结果基本一致。Griffiths 等采用随机有限元法分析边坡的失效概率与稳定系数的关系,认为其交点处的失效概率约为 35.0%<sup>[35]</sup>。基于表 1 的平均变异系数水平,这个范围相对应的稳定系数多在 1.10~1.20 之间。由此可见,如果工程上选用的稳定系数在这个范围内,黄土的随机场特性对失效概率的影响并不大,而稳定系数大于 1.20,随机场随着  $\Theta$  越小, 对失效概率影响越大。

#### 4.3 变异系数

取坡高 50 m,稳定系数为 1.30 的边坡,绘制图 11 的不同自相关距离下黏聚力变异系数与失效概率的关系,其中内摩擦角变异系数取了黏聚力变异系数的一半。由图 11 可见,黏聚力变异系数由 0.10 增加至 1.50, 失效概率由 0% 增加至 100%,增长的趋势呈“S”型,即在变异系数小的条件下,失效概率增长速率较慢,随后快速增长,在接近 100% 失效概率条件下增长速率又变慢。自相关距离的  $\Theta$  对“S”型失效概率的第一个转折点(起弯点)有较大

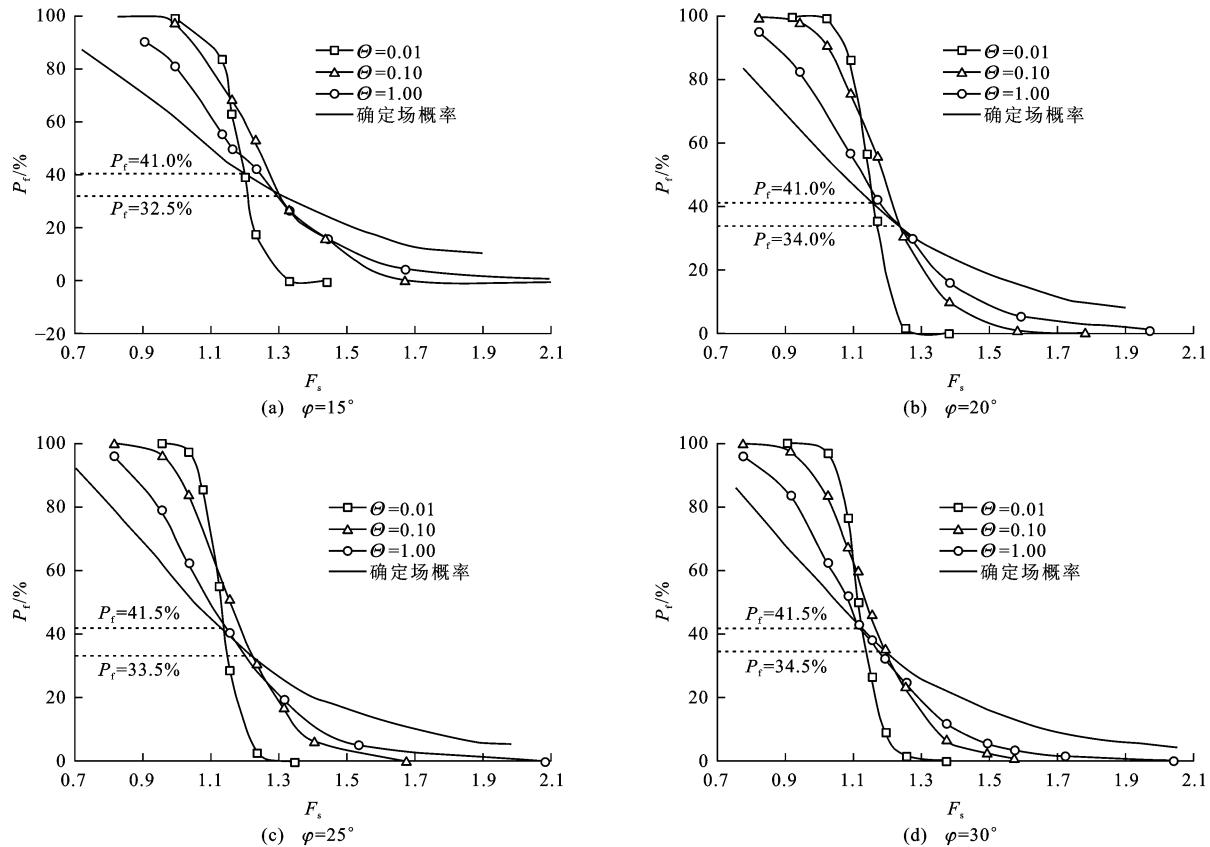
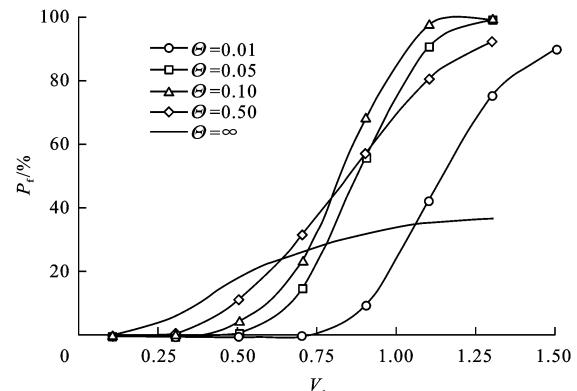


图 10 考虑随机场的黏聚力-内摩擦角边坡稳定系数与失效概率的关系

Fig. 10 Relationships Between Stability Factor and Failure Probability of  $c\text{-}\varphi$  Slope Against RFEM

的影响:  $\Theta$  小, 在黏聚力变异系数大的条件下起弯;  $\Theta$  大, 在黏聚力变异系数小的条件下起弯, 起弯后失效概率随着黏聚力变异系数的增大而快速增大。当  $\Theta=0.01$  时, 黏聚力变异系数达 0.75 后起弯; 当  $\Theta=0.50$  时, 黏聚力变异系数在 0.30 后就起弯。黄土的垂直向自相关距离小, 表 3 中各层按地层厚度计算的  $\Theta$  值最大为 0.21, 37.0 m 厚的  $S_0-L_5$  地层  $\Theta$  值最大为 0.08, 可见黄土高边坡的  $\Theta$  值非常小; 而图 1 显示黄土的黏聚力变异系数多在 0.30 以上。上述两项指标相结合, 失效概率多处于起弯段附近。黄土高边坡的这一土性特点意味着高边坡的稳定性具有极大的变异性, 失效概率对土性的自相关距离和变异系数都极为敏感。图 11 中同时提供了确定场(即  $\Theta=\infty$ )的失效概率, 发现在大部分黄土的变异系数与自相关距离水平下, 确定场的失效概率大于随机场的失效概率, 如  $V_c=0.50, \Theta=0.10$  时, 确定场失效概率为 18.5%, 而随机场的失效概率仅 4.5%。由此可见, 采用确定场进行可靠度分析, 会大幅高估黄土高边坡的失效概率。但在极端变异系数水平下, 如  $V_c=1.0, \Theta=0.10$  时, 确定场失效概率为 35.4%, 而随机场的失效概率达 98.0%, 采用

图 11 不同自相关距离下的黏聚力变异系数与失效概率关系 ( $F_s=1.30$ )Fig. 11 Relationships Between Coefficient of Variation of the Cohesion and Failure Probability Against Varying  $\Theta$  ( $F_s=1.30$ )

确定场进行可靠度分析, 又会大大低估黄土高边坡的失效概率。低估与高估之间有一个失效概率界限值, 该值因随机变量的变异性及自相关距离不同而变化。变异系数越大, 界限值越高; 自相关距离越小, 界限值越高。由此可见, 考虑土性的变异性与自相关距离, 对黄土高边坡可靠度的准确评估具有不容忽视的作用。

## 5 结 语

(1) 黄土强度参数黏聚力和内摩擦角的变异性有系统差异。不同区域和不同时代黄土的黏聚力变异系数大多在 0.30 以上, 内摩擦角变异系数小, 多在 0.20 以下; 且黄土高原从西向东, 黏聚力和内摩擦角的变异性增大。

(2) 强度参数(黏聚力和内摩擦角)的概率分布类型对边坡失效概率的影响极大。通过对不同地区和不同时代黄土的统计检验, 认为黏聚力采用对数正态分布、内摩擦角采用正态分布为宜。该分布组合一方面接近检验的结果, 另一方面不会导致估计的失效概率过大或过小。

(3) 采用两个孔深约 37.0 m 的黄土静力触探锥尖阻力和侧摩阻力计算了黄土地层的垂直向自相关距离, 其值多在 0.7 m 以内, 与计算厚度的比值多小于 0.2。

(4) 在大部分黄土的变异系数与自相关距离水平下, 采用确定场进行可靠度分析, 将大大高估了黄土边坡的失效概率; 在极端高变异系数水平下, 采用确定场进行可靠度分析, 又将大大低估黄土高边坡的失效概率。在黄土的平均变异系数水平下, 失效概率在 32.5%~41.0% 范围内, 对应的稳定系数在 1.10~1.20 之间, 可不考虑随机场的影响, 否则, 考虑土性的变异性与自相关距离在评价黄土边坡可靠度时应受到足够重视。

### 参 考 文 献 :

#### References :

- [1] LUMB P. The Variability of Natural Soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1966, 3(2): 74-97.
- [2] 冷伍明, 赵善锐. 土工参数不确定性的计算分析[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(2): 68-87.
- LENG Wu-ming, ZHAO Shan-rui. Analysis on the Uncertainties of Soil Properties[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(2): 68-87.
- [3] 高大钊. 岩土工程的可靠性分析[J]. 岩土工程学报, 1983, 5(3): 124-134.
- GAO Da-zhao. Reliability Analysis of Geotechnical Engineering[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1983, 5(3): 124-134.
- [4] 包承纲. 谈岩土工程概率分析法中的若干基本问题[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(4): 94-98.
- BAO Cheng-gang. Discuss of Some Problem in Geotechnical Engineering Reliability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1989, 11(4): 94-98.
- [5] DUNCAN J, MICHAE L. Factors of Safety and Reliability in Geotechnical Engineering [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2000, 126(4): 307-316.
- [6] 祝玉学. 边坡可靠性分析[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1993.
- ZHU Yu-xue. Analysis of Slope Reliability[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1993.
- [7] 谭晓慧, 王建国. 边坡的弹塑性有限元可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(1): 44-50.
- TAN Xiao-hui, WANG Jian-guo. Slope Reliability Analysis Using Elasto-plastic Finite Element Method [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(1): 44-50.
- [8] CHRISTIAN J T, BAECHER G B. Point-estimate Method as Numerical Quadrature[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, 125(9): 779-786.
- [9] 傅旭东, 赵善锐. 用 Monte-Carlo 方法计算岩土工程的可靠度指标[J]. 西南交通大学学报, 1996, 31(2): 164-168.
- FU Xu-dong, ZHAO Shan-rui. Applying the Monte-Carlo Simulation to Calculate the Geotechnical Reliability Index[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 1996, 31(2): 164-168.
- [10] 朱红霞, 闫澍旺. 天津港地基土随机场特性及可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(增 2): 3959-3965.
- ZHU Hong-xia, YAN Shu-wang. Random Field Model and Reliability Analysis of Foundation Soil in Tianjin Port[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(S2): 3959-3965.
- [11] 闫澍旺, 贾晓黎, 郭怀志. 土性剖面随机场模型的平稳性和各态历经性验证[J]. 岩土工程学报, 1995, 17(3): 1-9.
- YAN Shu-wang, JIA Xiao-li, GUO Huai-zhi. Examination of Stationarity and Ergodicity on Soil Profile [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1995, 17(3): 1-9.
- [12] 李新生, 刘超. 相关距离分析与勘察钻孔取样间距的合理确定[J]. 水文地质工程地质, 2011, 38(4): 74-77.
- LI Xin-sheng, LIU Chao. An Analyzing of the Impact of Correlation Distance on Sampling Interval [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2011, 38(4): 74-77.
- [13] 杨勇, 张海峰, 范文, 等. 西安黄土土性相关距离的统计分布特性研究[J]. 工程地质学报, 2014, 22

- (1):160-165.
- YANG Yong, ZHANG Hai-feng, FAN Wen, et al. Statistical Distribution Characteristics of Correlation Distance of Xi'an Loess[J]. Journal of Engineering Geology, 2014, 22(1):160-165.
- [14] 张健,许田柱,石静.基于随机场理论的路堑边坡稳定性可靠度分析[J].公路交通技术,2009(3):24-28.  
ZHANG Jian, XU Tian-zhu, SHI Jing. Reliability Analysis of Cutting Slope Stability Based on Random Field Theory[J]. Technology of Highway and Transport, 2009(3):24-28.
- [15] 陈虬,刘先斌.随机有限元及其工程应用[M].成都:西南交通大学出版社,1993.  
CHEN Qiu, LIU Xian-bin. Random Finite Element Method and Its Engineering Practice[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1993.
- [16] GRIFFITHS D V, HUANG Jin-song, FENTON G A. Influence of Spatial Variability on Slope Reliability Using 2-D Random Fields[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135 (10): 1367-1378.
- [17] 李典庆,蒋水华,周创兵,等.考虑参数空间变异性的边坡可靠度分析非侵入式随机有限元法[J].岩土工程学报,2013,35(8):1413-1422.  
LI Dian-qing, JIANG Shui-hua, ZHOU Chuang-bing, et al. Noninvasive Stochastic Finite Element Method for Slope Reliability Analysis Considering Spatial Variability of Parameters [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(8):1413-1422.
- [18] 李典庆,肖特,曹子君,等.基于极限平衡法和有限元法的边坡协同式可靠度分析[J].岩土工程学报,2016,38(6):1004-1013.  
LI Dian-qing, XIAO Te, CAO Zi-jun, et al. Slope Synergistic Reliability Analysis Based on Limit Equilibrium Method and Finite Element Method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38 (6): 1004-1013.
- [19] 肖特,李典庆,周创兵,等.基于有限元强度折减法的多层边坡非侵入式可靠度分析[J].应用基础与工程科学学报,2014,22(4):718-732.  
XIAO Te, LI Dian-qing, ZHOU Chuang-bing, et al. Non-invasive Reliability Analysis of Multi-layer Slopes Based on Finite Element Strength Reduction Method [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2014, 22(4):718-732.
- [20] 李萍,王秉纲,李同录,等.陕西地区黄土路堑高边坡可靠度研究[J].中国公路学报,2009,22(6):18-25.  
LI Ping, WANG Bing-gang, LI Tong-lu, et al. Study of Reliability for Loess Cutting High Slope in Shaanxi Province[J]. China Journal of Highway and Transport, 2009, 22(6):18-25.
- [21] 李萍,黄丽娟,李振江,等.甘肃黄土高边坡可靠度研究[J].岩土力学,2013,34(3):811-817.  
LI Ping, HUANG Li-juan, LI Zhen-jiang, et al. Study of Reliability for Loess High Slopes in Gansu Area [J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(3):811-817.
- [22] 李萍,王宁,高德彬,等.山西—河南西部地区黄土高边坡可靠度分析[J].西安建筑科技大学学报(自然科学版),2013,45(4):574-581.  
LI Ping, WANG Ning, GAO De-bin, et al. Analysis on the Reliability of the Loess Slopes in West Shanxi and Henan Provinces[J]. Journal of Xi'an University of Architecture and Technology(Natural Science Edition), 2013, 45(4):574-581.
- [23] 王阿丹,王昌业,李萍,等.西安白鹿原北缘黄土边坡稳定的可靠度分析[J].地球科学与环境学报,2012,34(1):104-110.  
WANG A-dan, WANG Chang-ye, LI Ping, et al. Reliability Analysis for Stability of Loess Slopes Along the Northern Edge of Bailuyuan, Xi'an[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2012, 34 (1): 104-110.
- [24] FENTON G A, VANMARCKE E H. Simulation of Random Fields via Local Average Subdivision [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1990, 116 (8): 1773-1749.
- [25] 侯晓坤,李同录,赵谦,等.黄土地区路堑高边坡可靠度设计标准研究[J].工程地质学报,2015,23(增1):132-139.  
HOU Xiao-kun, LI Tong-lu, ZHAO Qian, et al. Study on Reliability Design Standard of Cutting High Slope in Loess Area[J]. Journal of Engineering Geology, 2015, 23(S1):132-139.
- [26] 李萍,张波,李同录.黄土高原边坡特征与破坏规律的分区研究[J].地球科学与环境学报,2012,34(3):89-98.  
LI Ping, ZHANG Bo, LI Tong-lu. Zoning Study on Slope Characteristics and Failure Rules of the Loess Plateau[J]. Journal of Earth Sciences and Environment, 2012, 34(3):89-98.
- [27] VANMARCKE E H. Probabilistic Modeling of Soil Profiles[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1977, 103(11):1227-1246.
- [28] 闫澍旺,朱红霞,刘润,等.关于土层相关距离计算方法的研究[J].岩土力学,2007,28(8):1581-1586.  
YAN Shu-wang, ZHU Hong-xia, LIU Run, et al.

- Study on Methods for Estimating Correlation Distance of Soil Layers[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(8):1581-1586.
- [29] 张梅,丁继辉,宋向东.对求解土性相关距离的空间递推平均法的分析与改进[J].河北农业大学学报,1999,22(1):85-89.  
ZHANG Mei,DING Ji-hui,SONG Xiang-dong. Analysis and Improvement on the Method of Spatial Average to Calculate the Correlation Distance[J]. Journal of Agricultural University of Hebei,1999,22(1):85-89.
- [30] LIU Hai-song, NI Wan-kui, NIU Fu-jun. Experimental Study on Physical and Mechanics Properties of Loess-Standard-Profile[C]// PEITS. Proceedings of 2010 the Third International Conference on Power Electronics and Intelligent Transportation System. Guangzhou: PEITS,2010:169-174.
- [31] 李小勇,谢康和,虞颜.土性指标相关距离形状的研究[J].土木工程学报,2003,36(8):91-95.  
LI Xiao-yong,XIE Kang-he,YU Yan. Research of the Characteristics of Correlation Distance on Soil Properties Indexes[J]. China Civil Engineering Journal, 2003,36(8):91-95.
- [32] 高大钊.岩土工程设计安全度指标及其应用[J].工程勘察,1996(1):1-6.  
GAO Da-zhao. Safety Index and Its Application in Geotechnical Engineering Design[J]. Geotechnical Investigation and Surveying,1996(1):1-6.
- [33] GRIFFITHS D V, HUANG J S, FENTON G A. Influence of Spatial Variability on Slope Reliability Using 2-D Random Fields[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135 (10): 1367-1378.
- [34] SL 386—2007, 水电水利工程边坡设计规范[S].  
SL 386—2007, Design Code for Engineered Slopes in Water Resources and Hydropower Projects[S].
- [35] GRIFFITHS D V, FENTON G A. Probabilistic Slope Stability Analysis by Finite Elements[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2004,130(5):507-518.

## 《地球科学与环境学报》2019 年度约稿函

尊敬的各位专家学者：

《地球科学与环境学报》(以下简称《学报》)自 1979 年创刊以来,得到了各位专家学者的大力支持,使期刊得到了快速发展。《学报》系地学综合性权威学术期刊,刊登的主要内容有基础地质与矿产地质、水资源与环境、工程地质、应用地球物理和地球信息科学等。为了不断提升《学报》的学术质量和影响力,特向各位专家学者约稿,诚盼各位专家学者能鼎力支持《学报》的发展。

《学报》目前的优势包括:

- 1.《中文核心期刊要目总览》收录期刊(中文核心期刊);
- 2.中国科技论文与引文数据库(CSTPCD)收录期刊(中国科技核心期刊);
- 3.发表周期短,2017 年和 2018 年论文从来稿到发表的平均周期为四个月,优秀稿件甚至一个月之内即可发表;
- 4.对学术质量高、有重大基金项目支持的论文优先发表;
- 5.刊登综述类论文;
- 6.可同期刊登同一主题的系列成果。

**联系地址:**西安市南二环路中段长安大学杂志社《地球科学与环境学报》编辑部

**邮政编码:**710064

**电 话:**029-82334686

**E-mail:**dkyhx@chd.edu.cn;jese@chd.edu.cn

**投稿网址:**<http://jese.chd.edu.cn/>

《地球科学与环境学报》编辑部