

冻土斜坡模型试验相似分析

靳德武^{1,2}, 牛富俊², 陈志新¹, 倪万魁¹

(1. 长安大学 地质工程与测绘工程学院, 陕西 西安 710054)

(2. 中国科学院寒区旱区环境与工程研究所 冻土工程国家重点实验室, 甘肃 兰州 730000)

[摘要] 南水北调工程、青藏铁路建设工程等一系列工程的实施, 将进一步影响和加剧青藏高原多年冻土区斜坡稳定性问题。冻土区边坡开挖及斜坡稳定性是工程活动中必须解决的问题之一, 冻土斜坡稳定性研究在国内尚属空白。通过相似模型试验对高原多年冻土区斜坡在自然和人类活动影响下的失稳机制和活动规律进行分析, 是开展研究的重要手段。根据相似理论第一定律, 对冻土斜坡模型试验进行了相似分析, 应用积分类比法推导并建立了冻土斜坡模型试验的相似指标和相似判据, 得出在用原状土作模型介质时, 6个相似常数减少为2个相似常数, 即 c_t 和 c_q 。模型与原型的时间比例尺是由几何比例尺决定的, 即 $c_t = c_l^2$, 仅有一个相似参数为自变量, 另一个为因变量。据此对青藏高原多年冻土区青藏公路沿线 K3 035 处冻土斜坡进行了相似模型设计和冻融模型试验。模型再现了 K3 035 处 $^\circ$ 斜坡在 4 个冻融循环条件下, 坡体中部 (水平、垂向) 4 点位移伸张计质点位移曲线随时间的变化特征。实验表明, 斜坡土体中部在第一次冻融循环中已有滑动迹象, 随着滑坎进一步后退和靠近观测基准点, 必然出现一次较大的位移, 直至周边土体出现滑塌为止。模型试验结果与现场观测资料相比较是令人满意的。

[关键词] 冻土斜坡; 积分类比法; 模型试验; 相似分析; 热融滑塌

[中图分类号] P642.14 [文献标识码] A [文章编号] 1672-6561(2004)01-0029-04

[作者简介] 靳德武(1966—), 男, 陕西蓝田人, 高级工程师, 长安大学博士研究生, 现从事边坡工程地质灾害防治研究工作。

随着国家经济战略目标的逐步西移和南水北调(西线)、西气东输、西电东送、青藏铁路建设等一系列国家重点工程项目的实施, 大规模人为工程活动必将进行冻土区的土方开挖、填土及其他对地质环境的扰动, 将进一步加剧多年冻土区斜坡稳定性问题。在南水北调西线工程前期科学考察及青藏公路沿线工程地质研究中, 研究者已指出, 融冻泥流频繁发生, 冻土区边坡开挖及斜坡稳定性是工程活动中必须解决的问题之一。研究分析高原多年冻土斜坡失稳的成因机制、力学机理是寒区地质灾害整治和经济建设中一项极其迫切的任务。

冻土斜坡在冻、融循环过程中经历着极其复杂的物理、力学、热学变化, 其循环过程一方面与近地表大气层进行着热量交换、水分交换; 另一方面随

着这种热量传递过程的进行, 在土体内部进行着固、液相态转化过程。在具体的斜坡环境条件(物质成分、坡度)以及人类工程活动影响(人工取土地下冰暴露)下, 由冻土斜坡物质的蠕变导致的高原地区道路或桥涵雍塞问题在所难免。上述冻土斜坡物质运动是一个极其复杂的问题, 采用人工方法模拟和再现自然过程是解决冻土地区诸如融冻泥流、热融滑塌的一条有效途径。

进行斜坡模型试验时, 通常采用缩小比例的方法来制作模型。相似分析是合理设计实验、对实验结果进行推广和跟踪实验过程的基础和理论依据。相似分析的任务是根据冻土斜坡物质运动(主要是热传导)完整的数学、物理方程组, 用积分类比法或因次分析法推导相似准则。从冻土斜坡热交换过程的基本数学模型出发, 采用积分类比法推导出两类基本的相似准则, 为冻土斜坡模型试验设计奠定了重要的理论基础。

1 数学模型

假定斜坡冻土体在冻融循环过程中没有外荷载作用,土中的水分运移所产生的热量传递可以忽略不计。根据热传导理论,对于二维、均质、各向同性瞬态温度场问题,冻土体热状况可用如下带有相变的热传导方程来描述^[1]。

控制微分方程(泛定方程)为:

$$(1) \text{ 在融区 } (\Omega_u) \text{ 内}$$

$$a^+ \left(\frac{\partial^2 t^+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t^+}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial t^+}{\partial \tau}, h_0 < y < h(x, \tau). \quad (1)$$

$$(2) \text{ 在冻区 } (\Omega_f) \text{ 内:}$$

$$a^- \left(\frac{\partial^2 t^-}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t^-}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial t^-}{\partial \tau}, h(x, \tau) < y < h_c. \quad (2)$$

边界条件

$$\begin{aligned} t^+|_{y=h_0} &= \varphi^+(x, y), \\ t^-|_{y=h_c} &= t_c, \\ \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \pm\infty} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

衔接条件

$$t^+ = t^- = t^*,$$

式中: t^* 为相变温度。

$$\lambda^- \left(\frac{\partial t^-}{\partial y} - \frac{\partial t^-}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \lambda^+ \left(\frac{\partial t^+}{\partial y} - \frac{\partial t^+}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} \right) = Q \frac{\partial h}{\partial \tau}. \quad (4)$$

初始条件

$$t_{\tau=0} = \varphi^-(x, y) = t_0, \quad (5)$$

式中: x, y, τ (时间)为自变量; t^+, t^- 为融土、冻土温度; $h(x, \tau)$ 为融化深度; a^+, a^- 为融土、冻土导热系数; $a^+ = \frac{\lambda^+}{\rho p}, a^- = \frac{\lambda^-}{\rho p}$; λ^+, λ^- 为融土、冻土导热系数; Q 为单位体积水的潜热; h_0, h_c 和 $h(x, \tau)$ 分别为融区的上界和所取冻区的下界以及融-冻界面。

2 相似准则推导

由于积分类比法比相似转换法、量纲分析等方法简单实用,因而在热工模型实验相似分析中得到广泛地应用^[2~4]。

应用积分类比法进行冻土模型实验相似分析的步骤为:

(1) 写出这一现象的基本微分方程(组)和全部单值条件。

(2) 用方程中的任一项,除以其他各项(对于形

式相同项,如 $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ 取其中一项即可)。

(3) 所有导数用相应量的比值,即所谓的积分类比来代替。另外,沿各轴向的分量,用分量本身代替,坐标用定性尺寸代替。例如, $\frac{\partial^2 t^+}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 t^+}{\partial y^2}$ 用 $\frac{t^+}{l^2}$ 代替,于是得出相似准则。

现给出一、二阶导数替换准则的证明:以 $\frac{\partial t}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$ 为例,对于相似现象,变量 u 的倍数关系为 $\frac{u_p}{u_m}$ = c_u = 常数,对应变量的关系也可写成: $\frac{(u_1)_p}{(u_1)_m} =$

$\frac{(u_2)_p}{(u_2)_m} = c_u$ = 常数,由比例关系得

$$\begin{aligned} \frac{(u_2)_p}{(u_1)_p} &= \frac{(u_2)_m}{(u_1)_m}, \\ \frac{(u_2)_p - (u_1)_p}{(u_1)_p} &= \frac{(u_2)_m - (u_1)_m}{(u_1)_m}, \\ \frac{(u_2)_p - (u_1)_p}{(u_2)_m - (u_1)_m} &= \frac{(u_1)_p}{(u_1)_m}, \\ \frac{(\Delta u)_p}{(\Delta u)_m} &= \frac{(u_1)_p}{(u_1)_m} = c_u, \end{aligned}$$

即 $\frac{(\Delta u)_p}{(\Delta u)_m} = c_u$, 由于常数的极限等于它本身,则

$$\lim \frac{(\Delta u)_p}{(\Delta u)_m} = \frac{du_p}{du_m} = c_u,$$

由倍数关系得: $\frac{du_p}{du_m} = \frac{u_p}{u_m} = c_u$ 。

同理,对于 $\frac{\partial t}{\partial x}$ 有

$$\begin{aligned} \frac{t_p}{t_m} &= c_t, \frac{x_p}{x_m} = c_x, \\ \frac{(\Delta t)_p}{(\Delta t)_m} &= c_t, \frac{(\Delta x)_p}{(\Delta x)_m} = c_x, \\ \frac{dt_p}{dt_m} &= \frac{t_p}{t_m} = c_t, \frac{dx_p}{dx_m} = \frac{x_p}{x_m} = c_x, \\ \frac{(\partial t / \partial x)_p}{(\partial t / \partial x)_m} &\simeq \frac{dt_p / dx_p}{dt_m / dx_m} = \frac{dt_p}{dt_m} \frac{dx_m}{dx_p} = \frac{t_p}{t_m} \frac{x_m}{x_p} = \\ \frac{(t_p / x_p)}{(t_m / x_m)} &= \frac{c_t}{c_x} = c_{tx}, \end{aligned}$$

因此, $\frac{(\partial t / \partial x)_p}{(\partial t / \partial x)_m} \simeq \frac{t_p / x_p}{t_m / x_m} = c_{tx}$, 只要 c_t, c_x 为常数,

则 c_{tx} 必为常数, $\frac{\partial t}{\partial x}$ 与 $\frac{t}{x}$ 符合同一比例,二者在相似

分析中为同一个量,在出现 $\frac{\partial t}{\partial x}$ 的地方可以用 $\frac{t}{x}$ (x 以

尺度量 l 代之)代替。此即证明了在相似分析中,一阶

导数 $\frac{\partial t}{\partial x}$ 可以用 $\frac{t}{l}$ 代替的结论。那么对于二阶导数又该如何呢? 在偏微分方程数值解法中, 是用微商来代替导数的, 对于 $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2}$ 具有如下关系

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right) \approx \frac{1}{\Delta x} \cdot \left[\frac{H(x + \Delta x) - H(x)}{\Delta x} - \frac{H(x) - H(x - \Delta x)}{\Delta x} \right] = \frac{H(x + \Delta x) + H(x - \Delta x) - 2H(x)}{(\Delta x)^2},$$

可以看出, 微分号并不改变物理量的类型, 由量纲分析可以得出, $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \cong \frac{H}{l^2}$ 。

应用积分类比法对二维、均质、各向同性带相变的瞬态温度场问题相似准则推证如下

(1)立微分方程式并给出单值条件, 见式(1)~式(5)。

(2)对式(1), $\frac{\text{二项}}{\text{一项}} = \frac{(\partial t^+ / \partial \tau)}{a^+ (\partial^2 t^+ / \partial x^2)}$, 对式(4)进行变形得

$$\lambda^- \frac{\partial t^-}{\partial y} - \lambda^+ \frac{\partial t^+}{\partial y} + \frac{\partial h}{\partial x} \left(\lambda^+ \frac{\partial t^+}{\partial x} - \lambda^- \frac{\partial t^-}{\partial x} \right) = Q \frac{\partial h}{\partial \tau},$$

则 $\frac{\text{三项}}{\text{一项}} = \frac{Q(\partial h / \partial \tau)}{\lambda^- (\partial t^- / \partial y)},$
 $\frac{\text{三项}}{\text{二项}} = \frac{Q(\partial h / \partial \tau)}{(\partial h / \partial x) \lambda (\partial t^+ / \partial x)}。$

(3)量的替代并得出相似准则

$$\frac{t^+}{\tau} \cong \frac{\partial t^+}{\partial \tau}, a \frac{t^+}{l^2} \cong a^+ \frac{\partial^2 t^+}{\partial x^2}$$

则对式(1), $\frac{\text{二项}}{\text{一项}} = \frac{(\partial t^+ / \partial \tau)}{a^+ (\partial^2 t^+ / \partial x^2)} = \frac{(t^+ / \tau)}{a(t^+ / l^2)} = \frac{l^2}{a\tau},$

同理, 由式(2)可得出相同的相似准则, 即, $\frac{l^2}{a\tau} =$ 不变量。对式(4)有

$$\frac{l}{\tau} \cong \frac{\partial h}{\partial \tau}, \frac{l}{l} = \frac{\partial h}{\partial x}, \frac{t}{l} \cong \frac{\partial t^+}{\partial x},$$

则 $\frac{\text{三项}}{\text{一项}} = \frac{Q(\partial h / \partial \tau)}{\lambda^- (\partial t^- / \partial y)} = \frac{Q(l / \tau)}{\lambda(t / l)} = \frac{Ql^2}{\lambda t \tau},$
 $\frac{\text{三项}}{\text{二项}} = \frac{Q(\partial h / \partial \tau)}{(\partial h / \partial x) \lambda (\partial t^+ / \partial x)} = \frac{Q(l / \tau)}{(l / l) \lambda (t / l)} = \frac{Ql^2}{\lambda t \tau},$

得到同一相似准则, $\frac{Ql^2}{\lambda t \tau} =$ 常数; 由其他定解条件式(3)、式(5)得不到相似准则, 因为它们只有一项。

3 相似分析在冻土斜坡模型设计中的应用

根据相似理论^[5]

$$\pi_1 = \frac{l^2}{a\tau}, \pi_2 = \frac{Ql^2}{\lambda t \tau}.$$
$$(\pi_1)_p = (\pi_1)_m, (\pi_2)_p = (\pi_2)_m.$$
$$\frac{(\pi_1)_p}{(\pi_1)_m} = 1, \frac{(\pi_2)_p}{(\pi_2)_m} = 1.$$

在冻土斜坡模型中, 两种相似现象原型(p)和模型(m)之间, 各物理量的相似常数分别为

$$c_l = \frac{l_p}{l_m}, c_a = \frac{a_p}{a_m}, c_\tau = \frac{\tau_p}{\tau_m},$$
$$c_Q = \frac{Q_p}{Q_m}, c_\lambda = \frac{\lambda_p}{\lambda_m}, c_t = \frac{t_p}{t_m},$$

则

$$\frac{(\pi_1)_p}{(\pi_1)_m} = \frac{(l_p^2 / a_p \tau_p)}{(l_m^2 / a_m \tau_m)} = \frac{(l_p / l_m)^2}{(a_p / a_m) (\tau_p / \tau_m)} = \frac{c_l^2}{c_a c_\tau} = 1,$$
$$\frac{(\pi_2)_p}{(\pi_2)_m} = \frac{(Q_p l_p^2 / \lambda_p t_p \tau_p)}{(Q_m l_m^2 / \lambda_m t_m \tau_m)} = \frac{(Q_p / Q_m) (l_p / l_m)^2}{(\lambda_p / \lambda_m) (t_p / t_m) (\tau_p / \tau_m)} = \frac{c_Q c_l^2}{c_\lambda c_t c_\tau} = 1,$$

即 $\frac{c_l^2}{c_a c_\tau} = 1, \frac{c_Q c_l^2}{c_\lambda c_t c_\tau} = 1$ 。从中可以看出, 在 6 个相似常数中, 4 个相似常数可以任意选定(基本常数), 2 个由相似指标导出。冻土斜坡模型试验中, 模拟材料系青藏公路 K3 035 段原状土样, 因而, $c_a = c_Q = c_\lambda = c_t = 1$, 则上述相似判据变为 $c_\tau = c_l^2$, 仅有一个相似参数为自变量, 另一个为因变量。选取 $c_l = 10$ 则 $c_\tau = 100$, 模型运转 1 d 相当于实际 100 d, 3.65 d 相当于 1 个冻融循环周期(1 h 相当于 4.17 d, 2 h 相当于 8.33 d)。模型试验是在冻土工程国家重点实验室完成的, 以青藏高原风火山气象观测站多年平均气温变化资料作为环境温度, 斜坡土体中部(倾斜、垂向)探头(y_7)4 个冻融循环的实际温度控制曲线如图 1。

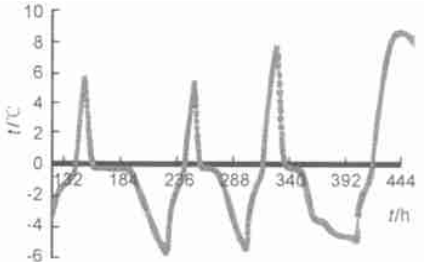


图 1 斜坡土体中部(倾斜、垂向)探头(y_7) 温度变化曲线

Fig. 1 Temperature change in the middle of a slope

坡体中部(水平、垂向)4[#] 位移伸张计位移曲线如图2。从图2中可以看出,坡体中部土体位移共分为4个阶段,分别对应4个冻融循环,从第1个冻融循环开始,土体已开始出现滑动,第2~3个冻融循环土体继续滑动,在第4冻融循环中,由于不断后退的滑坡坎越来越接近中部土体,因而出现了一次较大规模

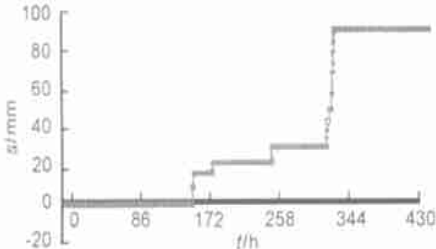


图2 坡体中部(水平、垂向)4[#]位移伸张计位移曲线
Fig. 2 Exten-meter displacement in the middle of a slope

的滑动,上述现象和过程与青藏公路K3 035滑塌体野外监测结果基本一致,模型试验结果初步验证了冻土斜坡模型设计的合理性和有效性。

[参 考 文 献]

[1] 丁德文, 罗学波. 冻土热工模型的理论基础[J]. 科学通报, 1979, 8(8): 360~364.
[2] 李之光. 热力设备实验研究基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1971. 35~39.
[3] 李之光. 相似与模化(理论及应用)[M]. 北京: 国防工业出版社, 1982. 54~94.
[4] 林韵梅. 实验岩石力学—模拟研究[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1984. 3~17.
[5] 魏先祥, 赖远明. 相似方法的原理及应用[M]. 兰州: 兰州大学出版社, 2001. 1~38.

Simulation analysis for model experiment of frozen soil slope

JIN De-wu^{1, 2}, NIU Fu-jun², CHEN Zhi-xin¹, NI Wan-kui¹

(1. School of Geological Engineering and Surveying Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054 China;

2. State Key Laboratory for Frozen Engineering Cold and Arid Region Environment and

Engineering Institute, CAS, Lanzhou 730000, China)

Abstract: A series of construction engineering such as water resources allocation from south China to north China, Qinghai-Tibet railway construction will affect the slope stability of frozen soil region of Tibet plateau. Model experiment method is an important means to study the instability mechanism affected by natural forces and human activities for frozen slope in Tibet plateau region. According to the 1st law of simulation theory, simulation analysis for frozen slope has been carried out and simulation criterion and index has been set up by using integrated analogy method. It is concluded that 6 simulation parameters can be decreased to 2 and relationship $c_{\tau} = c_{\tau}^2$ between 2 parameters will be satisfied. The frozen slope simulation model design and experiment for permafrost at K3035 of Qinghai-Tibet highway based on simulation analysis has been completed. It is shown that characteristics of displacement with time for middle point of slope during 4 freeze-thaw cycles can be observed from simulation model experiment. Experiments also show that slide evidence of middle part of slope soil mass has appeared during first freeze-thaw cycle, and with retrogressive thaw flow slide, slide steep will become next to observing point, a vast scale of slide will certainly take place, till appearance of thaw slumping. Rationality and validity of model design for frozen soil slope has been verified by model test results.

Key words: frozen soil slope; integrated analogy method; model experiment; simulation analysis; thaw slumping

(英文审定: 苏生瑞)