

# 基于序列二次规划方法的高密度电阻率反演

伍开江, 周启友

(南京大学地球科学系, 江苏南京 210093)

[摘要] 针对高密度电阻率成像法反演计算中存在的困难, 探讨了基于序列二次规划(SQP)方法建立可行的电阻率反演算法的问题。在对三维点电源二维地电体电位场模型有限元法正演计算的基础上, 建立了基于SQP方法的高密度电阻率成像法反演算法。根据勘测中测量电极间距的不同, 提出按不同的电极间距分别建立优化模型进行参数优化。通过对模拟电阻率模型和实际观测资料的反演计算, 表明该算法进行高密度电阻率反演是可行的, 它具有对初始模型无特殊要求、收敛速度快的特点。这一反演算法可望在高密度电阻率成像的反演计算中得到应用。

[关键词] 电阻率; 反演; 有限元法; 参数优化; SQP方法

[中图分类号] P631.3<sup>+</sup>22 [文献标识码] A [文章编号] 1672-6561(2005)03-0063-05

[作者简介] 伍开江(1979-), 男, 四川双流人, 硕士研究生, 从事高密度电阻率成像法的应用研究。

高密度电阻率法作为一种浅层地球物理勘探方法已经得到广泛的应用。目前, 人们已经成功地应用高密度电阻率成像法对复杂地质条件下水体在非饱和带的入渗过程进行监测<sup>[1]</sup>; 利用岩石裂隙中高温热蒸汽所形成的电阻率差异, 探讨了高温热蒸汽在岩石裂隙介质中的扩散过程<sup>[2]</sup>; 对溶液在原状土柱中的运移过程进行了监测, 并进一步揭示溶液在土柱中的空间变化特征<sup>[3]</sup>。

随着电法勘探数据采集手段的提高, 目前的电法仪器已经能够做到自动、快速地获得大量电压、电流数据。由于在较小范围内数据量多, 传统的电阻率反演计算的有效性有时不能满足计算要求, 这就需要寻找一种较好地处理非线性最优化问题的方法来解决高密度电阻率反演计算中存在的问题。序列二次规划方法(SQP)方法作为非线性规划中一种较为有效地方法, 已经在参数优化问题上有了很多应用, 如, Guo等<sup>[4]</sup>应用SQP方法对金属部件进行了优化设计; Kim<sup>[5]</sup>在反演导热率的研究中应用了SQP方法; Villafafila<sup>[6]</sup>用SQP方法探讨了海水淡化操作中的参数优化问题。然而, 就目前所知, SQP方法在电阻率反演方面还没有应用。因

此, 探讨SQP方法在高密度电阻率反演计算中的应用具有重要意义。

通过三维点电源二维地电体模型的正演计算, 笔者提出了基于SQP方法可行的电阻率反演算法, 并用该算法对电阻率模型和实测数据进行了反演计算。结果表明, SQP方法可以很方便地用于高密度电阻率反演计算, 并具有收敛性好、对模型初始参数没有特殊要求等优良特性, 在实际问题应用中具有很大的潜力。

## 1 正演问题

笔者采用三维点电源二维地电体模型进行正演计算, 但所建立的反演方法同样也适用于三维模型。正演计算是采用Tripp<sup>[7]</sup>建立二维地电体模型的方法, 假定地质体的导电性沿轴向方向( $z$ 方向)是恒定的, 则其电阻率可表示为二维函数 $\rho(x, y)$ 。对于稳定电流场, 描述电位分布的控制方程为

$$\nabla\phi(x, y, z) = -\rho(x, y)\mathbf{j}(x, y, z) \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j}(x, y, z) = i_s(x, y, z) \quad (2)$$

式中:  $\phi(x, y, z)$  为电位;  $\mathbf{j}(x, y, z)$  为电流密度;  $i_s(x, y, z)$  为点电源处的电流值。

为求解上面的偏微分方程, 利用Fourier变换, 将其转化为求解二维函数 $\Phi(x, y, k_z)$ 的偏微分方程。这里所用的Fourier变换及其逆变换公式为

[收稿日期] 2004 09 26

[基金项目] 国家自然科学基金项目(40371021)

$$\begin{cases} F(x, y, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y, z) e^{-k_z z} dz \\ F(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x, y, k_z) e^{-k_z z} dk_z \end{cases} \quad (3)$$

在  $z$  方向对式(1)和式(2)应用 Fourier 变换得

$$\frac{\partial \Phi(x, y, k_z)}{\partial x} = -\rho(x, y) J_x(x, y, k_z) \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Phi(x, y, k_z)}{\partial y} = -\rho(x, y) J_y(x, y, k_z) \quad (5)$$

$$i \cdot k_z \cdot \Phi(x, y, k_z) = -\rho(x, y) J_z(x, y, k_z) \quad (6)$$

$$\frac{\partial J_x(x, y, k_z)}{\partial x} + \frac{\partial J_y(x, y, k_z)}{\partial y} + ik_z J_z(x, y, k_z) = I_s(x, y, k_z) \quad (7)$$

式中:  $k_z$  为 Fourier 变换的波数,  $\Phi(x, y, k_z)$  为经过 Fourier 变换后的电位。将式(4)~式(6)中的  $J_x(x, y, k_z)$ ,  $J_y(x, y, k_z)$  和  $J_z(x, y, k_z)$  代入式(7)得

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\rho(x, y)} \frac{\partial \Phi(x, y, k_z)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\rho(x, y)} \frac{\partial \Phi(x, y, k_z)}{\partial y} \right] - \frac{k_z^2}{\rho(x, y)} \Phi(x, y, k_z) = -I_s \quad (8)$$

加上相应的边界条件就可以得到二维电位场的数学模型, 所用的电位场的边界条件为

$$-\frac{1}{\rho(x, y)} \frac{\partial \Phi(x, y, z)}{\partial n} \bigg|_{r_2} = J_0 \quad (9)$$

式中:  $J_0$  为边界上的电流密度。上面建立的数学模型可通过有限元法求解。用三角形单元对研究区域进行划分, 并应用 Gerlerkin 有限元法, 即可将原来的偏微分方程进行离散, 得到如下线性方程组

$$G \Phi = f \quad (10)$$

式中:  $G$  为对称正定的系数矩阵;  $f$  为右端项。通过模型参数  $\rho$ , Fourier 变换波数  $k_z$  和电流数据求解上面的线性方程组即可得到各个结点上的  $\Phi_i (i = 1, 2, \dots, n)$  值。取测线处的  $z = 0$ , 则运用 Fourier 逆变换可得到  $(x, y)$  平面上的二维电位值

$$\Phi(x, y, 0) = (1/\pi) \int_0^{+\infty} \Phi(x, y, k_z) dk_z \quad (11)$$

为验证该计算方法的正确性, 将正演计算结果与相应标准三维模型的计算结果进行了比较。正演计算采用的电阻率模型直径为 60 mm, 电阻率为  $300 \Omega \cdot m$  的柱体。在柱体中部一截面的位置用 10 mV 直流电进行供电, 采用的测量方式和区域剖分方式如图 1。

当 Fourier 逆变换取 12 个  $k_z$  值时, 上述二维模型与标准三维模型的计算结果如图 2。

从图 2 可以看出, 建立的三维点电源二维地电体的正演计算方法计算得到的电位值与标准的三

维模型计算得到的电位值比较接近, 说明上面建立的正演方法比较正确。

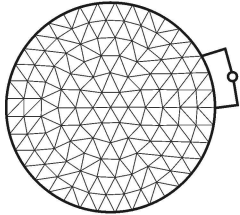


图 1 电阻率模型测量方案和区域剖分

Fig. 1 Measurement and element division schemes of the resistivity model

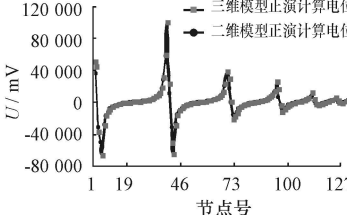


图 2 二维模型与三维模型正演结果比较

Fig. 2 An comparison of forward calculation result between the 2 D model and 3 D models

## 2 反演计算

电阻率反演常用的方法有最小二乘法<sup>[3, 7~9]</sup>、alpha 中心法<sup>[10]</sup>、共轭梯度法<sup>[11]</sup>、补修法<sup>[12]</sup>等。这里针对高密度电阻率成像法中测量数据多的特点, 在 SQP 方法的基础上, 提出了一个电阻率反演计算的算法。

SQP 方法有很多种实施方案, 这里采用 Powell 等人提议的方法<sup>[13]</sup>进行。对于一般有约束的最优化问题

$$\begin{aligned} \min f(x) \\ \text{s. t. } g_i(x) &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \\ g_i(x) &\geq 0 \quad i = m+1, \dots, m+p \end{aligned} \quad (12)$$

式中: 目标函数  $f$  和所有的约束条件  $g_i$  均为定义于  $R^n$  中的二阶连续可微函数。定义其拉格朗日函数

$$L(x, u) = f(x) - \sum_{i=1}^m g_i(x) u_i - \sum_{i=m+1}^{m+p} g_i(x) u_i \quad (13)$$

式中:  $u = \{u_1, u_2, \dots, u_m, u_{m+1}, \dots, u_{m+p}\}$  为拉格朗日乘子。该函数关于  $x$  的梯度向量和 Hessian 矩阵为

$$\begin{aligned} \nabla_x L(x, u) &= \nabla f(x) - \sum_{i=1}^m u_i \cdot \nabla g_i(x) - \sum_{i=m+1}^{m+p} u_i \cdot \nabla g_i(x) \\ \nabla_x^2 L(x, u) &= \nabla^2 f(x) - \sum_{i=1}^m u_i \cdot \nabla^2 g_i(x) - \sum_{i=m+1}^{m+p} u_i \cdot \nabla^2 g_i(x) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \nabla_x^2 L(x, u) &= \nabla^2 f(x) - \sum_{i=1}^m u_i \cdot \nabla^2 g_i(x) - \sum_{i=m+1}^{m+p} u_i \cdot \nabla^2 g_i(x) \end{aligned} \quad (15)$$

根据 Powell 等<sup>[13]</sup>提议的方法, 对于最优化问题式(12)可以通过在每次迭代中求解下面的二次

规划子问题而得到解决:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}^k \mathbf{d} + \nabla f(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} \\ \text{s. t. } & \nabla g_i(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + g_i(\mathbf{x}^k) = 0 \\ & i = 1, 2, \dots, m \\ & \nabla g_i(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + g_i(\mathbf{x}^k) \geq 0 \\ & i = m + 1, \dots, m + p \end{aligned} \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{d} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^k$ ;  $\mathbf{H}^k$  为正定矩阵, 是 Hessian 矩阵  $\nabla_x^2 L(\mathbf{x}^k, \mathbf{u}^k)$  的良好近似并在迭代过程中不断更新。在应用中, 为保证该算法在具有局部收敛性的同时也保持整体收敛性, 采用如下严格罚函数

$$W_r(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + r \cdot \left[ \sum_{i=1}^m |g_i(\mathbf{x})| + \sum_{i=m+1}^{m+p} |\min\{0, g_i(\mathbf{x})\}| \right] \quad (17)$$

作为效益函数, 其中  $r$  为罚因子。沿  $\mathbf{d}^k$  方向对罚函数进行一维搜索即可求得满足式(18)的  $t$ , 并来确定迭代步长  $t^k \mathbf{d}^k$ , 即得  $\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + t^k \mathbf{d}^k$ 。

$$W_r(\mathbf{x}^k + t \cdot \mathbf{d}^k) < W_r(\mathbf{x}^k) + \beta \cdot t \cdot [W_r(\mathbf{x}^k, \mathbf{d}^k) - W_r(\mathbf{x}^k)] \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{其中 } W_r(\mathbf{x}^k, \mathbf{d}) = & f(\mathbf{x}^k) + \nabla f(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d} + \\ & \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}^k \mathbf{d} + r \left[ \sum_{i=1}^m |g_i(\mathbf{x}^k) + \right. \\ & \nabla g_i(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d}| + \sum_{i=m+1}^{m+p} |\min\{0, \\ & g_i(\mathbf{x}^k) + \nabla g_i(\mathbf{x}^k)^T \mathbf{d}\}| \end{aligned}$$

$\beta$  为满足  $0 < \beta < 1$  的参数。

这就是 SQP 方法求解优化模型式(12)的实施过程。详细算法见文献[13]。该算法在适当的条件下, 具有全局性收敛的同时可保持局部超线性收敛, 算法的收敛性证明见文献[14]。

高密度电阻率法的反演问题就是要通过勘测中获得的电压、电流数据来确定地质体内部的电阻率分布。设观测中得到  $n$  组电流  $\mathbf{I} = (I_1, I_2, \dots, I_n)^T$  和电压  $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)^T$  数据, 正演计算区域被剖分为  $m$  个单元,  $\rho = (\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m)^T$  为各单元的电阻率值, 则可由上面建立的正演模型求得相应的电压值  $\mathbf{D} = (D_1, D_2, \dots, D_n)^T$ 。由计算电压和实测电压可建立优化模型:

$$\begin{aligned} \min f(\rho) = & \sum_{i=1}^n [D_i(\rho) - d_i]^2 \\ \text{s. t. } & a < \rho_i < b \quad i = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (19)$$

式中:  $a, b$  为根据实际问题对模型参数取值限定的条件(取  $a = 5, b = 2\,000$ )。理论上求解此问题就可以根据实测数据反演得到研究区域内各个单元的电阻率

值  $\rho_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 。但在实际问题中, 由于实测电压  $\mathbf{d}$  往往与由初始模型参数  $\rho^0$  正演计算得到的电压  $\mathbf{D}(\rho)$  相差较大, 这样优化模型中目标函数的导数

$$\nabla f(\rho) = 2 \times \sum_{i=1}^n [D_i(\rho) - d_i] \frac{\partial D_i(\rho)}{\partial \rho} \quad (20)$$

就会因多组测量数据的共同影响, 往往变得很大, 从而降低了 SQP 方法的收敛速度, 并可能导致二次规划子问题无可行解, 在实际电阻率计算中也遇到了二次规划子问题无可行解导致反演失败的问题。为解决此问题, 根据高密度电阻率成像法测量的特点, 将测量数据按不同的电极间距分成几组, 分别建立目标函数  $f_i (i = 1, \dots, N)$  进行优化。首先将一个电极间距的测量数据作为一组, 建立形如式(19)的优化模型并进行参数优化。当满足给定条件时, 再对两个电极间距的测量数据建立优化模型进行参数优化, 依次类推直到所有的测量数据都被用于参数优化, 然后再用此时的模型参数进行正演计算, 并由下式求得总体目标函数值

$$F(\rho) = \sum_{i=1}^n [D_i(\rho) - d_i]^2 \quad (21)$$

用于判断是否终止迭代, 输出优化结果不等式为

$$\Delta F < \varepsilon_3 \quad (22)$$

式中:  $\Delta F$  为迭代过程中  $F$  的变化量;  $\varepsilon_3$  为一判断是否终止迭代的参数。若计算的目标函数值不满足式(22)则重复上面的操作, 直到满足式(22)为止。

这样完整地电阻率反演的计算步骤见图 3。其中,  $E$  为单位矩阵;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  为判断子优化问题计算是否终止迭代的参数;  $N$  为反演过程中测量数据被分成的组数。

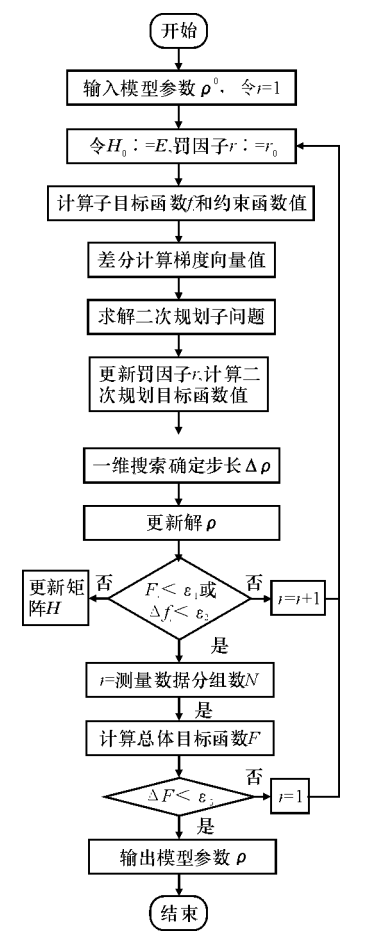


图 3 高密度电阻率成像反演计算步骤  
Fig. 3 Inversion procedure for high density electrical resistivity tomography based on SQP method

3 反演实例

为了检验上述反演算法的有效性,用该算法对模拟电阻率模型和实测数据进行了反演计算。

3.1 模拟电阻率模型的反演

建立的模拟电阻率模型是直径 6 cm 圆柱体。设圆柱体沿轴向电阻率是恒定的,在其截面上其电阻率是不同的,其电阻率值分布如图 4。首先用有限元法进行正演计算,采用三角形单元将研究区域剖分为 234 个单元(图 5a)。用前述方法可得到该模拟电阻率模型条件下的电压值,然后根据该电压值反演计算电阻率分布。反演计算模型参数初始值取  $\rho^0 = 160 \Omega \cdot \text{m}$ 。采用电极的四极排列方式,共用到 5 种不同的电极间距,由 2 倍电极间距增长到 6 倍电极间距,在圆柱体周边沿测线依次进行测量。因为反演计算中 Jacobian 矩阵  $\Delta\phi_i/\Delta\rho_i$  计算量较大,所以,在反演计算中以均质各向同性介质算得的  $\Delta\phi_i/\Delta\rho_i$  作为近似。图 5b 为模拟电阻率模型的反演结果,反演结束时的电压均方根误差为 12.2 mV。

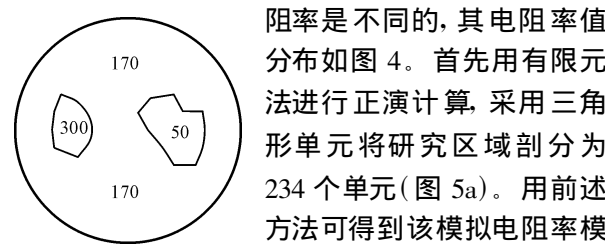
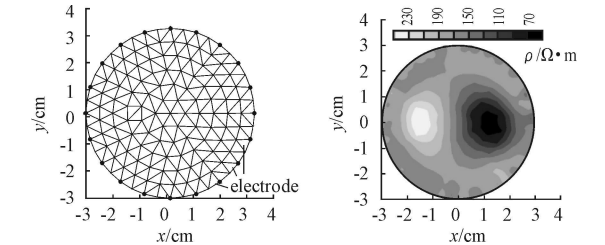


图 4 具有两个异常体的电性结构模型

Fig 4 Artificial resistivity model with two abnormal bodies

可以看出,在边界处反演计算的电阻率与实际电阻率有一定差异,对于模型中电阻率突变的地带反演计算的电阻率与原模型的电阻率差异较大。这是由于反演计算在每次迭代中使用近似的 Jacobian 矩阵,并且模型参数个数大于测量数据组数造成的。但总体看来,这样的反演结果已经清晰地反映出模型的电性异常,其效果令人满意。

可以看出,在边界处反演计算的电阻率与实际电阻率有一定差异,对于模型中电阻率突变的地带反演计算的电阻率与原模型的电阻率差异较大。这是由于反演计算在每次迭代中使用近似的 Jacobian 矩阵,并且模型参数个数大于测量数据组数造成的。但总体看来,这样的反演结果已经清晰地反映出模型的电性异常,其效果令人满意。



a - 正演计算有限元网格结构 b - 反演算法的计算结果

图 5 模拟电阻率模型的正反演计算

Fig. 5 Forward and inversed calculation of the algorithm in artificial resistivity model

3.2 实测资料反演

对实测资料反演的观测数据来源于多频道高密度电法勘探系统(Next 400 型,日本兴和株式会社制造)直流电法监测 NaCl 溶液在岩体中的垂向入渗过程的研究。试验所用岩样为高 33.5 cm、直径 6 cm 的砂岩岩柱。在岩柱周围不同高度的截面各布 20 个电极(图 5a)。测试过程中使用四极法进行,采用 5 种不同的电极间距,测量中电极间距由 2 倍电极间距依次增长到 6 倍电极间距。这样每次测量每个截面可得到 100 组电压、电流数据。

反演计算时,据测试过程所用电极间距不同将实测资料分为 5 组,并按上一节的方法分别建立目标函数进行反演。先经最初几次试算,给出各个时刻各剖面初始电阻率值,然后根据给出的初值统一进行反演。反演迭代过程中通过电压均方根误差(RMS)迭代过程中的大小和变化来判断结果是否满足要求。通过反演计算表明,对本次实验得到的实测数据,一般经过 8~10 次迭代,电压均方根误差 RMS 即由初始时的 400~700 mV 降低 12~60 mV,并逐渐趋于稳定。图 6 为由岩柱体一个截面处的高密度电阻率法监测资料的反演结果,反演结束时的电压均方根误差均低于 25 mV。反演结果基本反映由岩柱顶端中心处加入 NaCl 溶液而引起该勘测截面内部电阻率的变化。

由此可以看出,这一基于 SQP 方法建立的电阻率反演方法对实测数据的电阻率反演也是可行的。由于 SQP 方法的特点,基于 SQP 方法建立的高密度电阻率反演算法具有收敛性好、对初始电阻率的选取无特殊要求、对于实际中已知相关地质资料的情况可以通过加入相应的限制条件来处理等

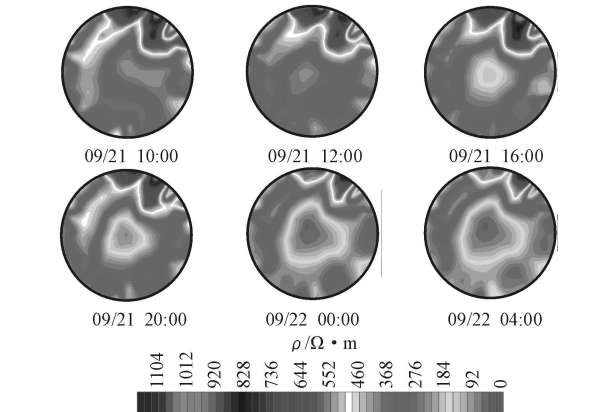


图 6 实测资料电阻率反演结果

Fig. 6 Resistivity distribution obtained with the SQP inversion algorithm

优良特性, 在实际应用中具有很大的灵活性。

## 4 结语

采用有限元法首先建立起电阻率成像用的正演模型, 针对高密度电阻率反演计算的困难, 在SQP方法基础上建立一个可行的电阻率反演算法。该法考虑到测量数据特点, 针对反演计算中存在的二次规划子问题无可行解的问题, 提出根据电极间距不同分别建立目标函数进行反演计算, 提高了计算效率。

通过对模拟电阻率模型和实测数据的反演计算表明, 该方法用于高密度电阻率反演是可行的, 在反演计算时对初始模型参数的选取没有特殊要求, 对实际中已知地质资料问题, 该法在反演计算中可通过加入相应限制条件来处理, 具有很大的灵活性。

笔者建立反演算法是基于Powell等人提议的SQP实施方法, 对于大型的电阻率反演可能会遇到二次规划子问题无可行解的情况。然而目前的SQP方法也有了一定的发展, 最新的SQP方法已经可用于求解大型非线性规划问题, 这还有待于引入到高密度电阻率反演计算中。

### [ 参 考 文 献 ]

- [ 1 ] Daily W, Ramirez A, LaBrecque D, et al. Electrical resistivity tomography of vadose zone water movement[ J ]. *Water Resour Res*, 1992, 28( 5 ): 1424~1442.
- [ 2 ] Ramirer A, Daily W, Labrecque D, et al. Monitoring an underground steam injection process using electrical resistance tomography[ J ]. *Water Resour Res*, 1993, 29( 1 ): 73~87.

- [ 3 ] Binley A, Henry Poulter S, Shaw B. Examination of solute transport in an undisturbed soil column using electrical resistance tomography[ J ]. *Water Resour Res*, 1996, 32( 4 ): 763~769.
- [ 4 ] Guo Y Q, Batoz J L, Naceur H, et al. Recent developments on the analysis and optimum design of sheet metal forming parts using a simplified inverse approach[ J ]. *Computers and Structures*, 2000, 78: 133~148.
- [ 5 ] Kyoung K S, Lee W I. Solution of inverse heat conduction problems using maximum entropy method[ J ]. *International Journal of Heat and Mass Transfer Volume*, 2002, 45: 381~391.
- [ 6 ] Villafafila A, Mujtaba I M. Fresh water by reverse osmosis based desalination: simulation and optimization[ J ]. *Desalination*, 2003, 155: 1~13.
- [ 7 ] Tripp A C, Hohmann G W, Swift C M Jr. Two dimensional resistivity inversion[ J ]. *Geophysics*, 1984, 49( 10 ): 1708~1717.
- [ 8 ] Sasaki Y. Two dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole dipole resistivity data[ J ]. *Geophysics*, 1989, 54( 2 ): 254~262.
- [ 9 ] Sasaki Y. 3 D resistivity inversion using the finite element method[ J ]. *Geophysics*, 1994, 59( 11 ): 1839~1848.
- [ 10 ] Shima H. Two dimensional automatic resistivity inversion technique using alpha centers[ J ]. *Geophysics*, 1990, 55( 6 ): 682~694.
- [ 11 ] Zhang J, Mackie R L, Madden T R. 3 D resistivity forward modeling and inversion using conjugate gradients[ J ]. *Geophysics*, 1995, 60( 5 ): 1313~1325.
- [ 12 ] Zhou Q Y, Shimada J, Sato A. Three dimensional soil resistivity inversion using patching method[ J ]. *Jour Japan Soc Eng Geol*, 1999, 39( 6 ): 524~532.
- [ 13 ] 杨冰. 实用最优化方法及计算机程序[ M ]. 哈尔滨: 哈尔滨船舶工程学院出版社, 1994.
- [ 14 ] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[ M ]. 北京: 科学出版社, 1997.

## High density electrical resistivity inversion based on sequential quadratic programming method

W U Kai jiang, ZHO U Qi you

( *Department of Earth Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093, China* )

**Abstract** This paper developed a feasible inverse algorithm based on sequential quadratic programming (SQP) method to deal with the inversion problems of high density electrical resistivity tomography prospecting. Based on the forward calculation of electrical potential for three dimensional point source and two dimensional earth with finite element method, an inversion algorithm was built with SQP method. According to the difference of electrode intervals, the objective function of parameter optimization was formed respectively. Applications of the algorithm to artificial resistivity models and real data indicated that it is feasible in high density electrical resistivity inversion and has the advantages of no particular constraints to the initial parameter and high convergence speed. So this algorithm has great potential applications in the high density electrical resistivity tomography prospecting.

**Key words** electrical resistivity; inversion; finite element method; parameter optimization; sequential quadratic programming method

[ 英文审定: 李庆春 ]