

三向应力及湿度状态改变对非饱和黄土力学特征的影响

赵法锁, 戚 炜, 王艳婷

(长安大学 地质工程与测绘工程学院 陕西 西安 710054)

摘要: 通过对黄土常规三轴试验结果分析, 给出了非饱和黄土的强度参数随含水量的指数型变化关系式, 并验证了 D-P 屈服准则对不同湿度状态下黄土发生塑性屈服的适用性。不同三向应力条件和湿度状态下的压缩试验表明, Q_3 黄土的应力应变关系随着三向应力和含水量而变化, 这种本构关系可以用一个简单的指数函数来描述。与已有的模型相比, 基于室内试验提出的半经验型黄土本构关系具有模型简单、参数少、易确定的优点。

关键词: 黄土; 强度参数; 本构模型; 三向应力; 含水量

中图分类号: TU455 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6561(2007)04-0080-05

Influence of Spherical Stress and Humidity State on Mechanical Property of Unsaturated Loess

ZHAO Fa suo, QI Wei, WANG Yan ting

(School of Geological Engineering and Surveying Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054, Shaanxi, China)

Abstract The exponential functions of unsaturated loess strength parameters changing with water content are given after analyzing the results of convention tri axle test, and the suitability of D-P criterion to decide plastic yield of loess in different humidity states is also verified. The loess compress test result shows that the stress strain relationship of loess varies with spherical stress and humidity condition. The constitutive relation of Q_3 loess can be described by a simple exponential function. A constitutive model is advanced based on testing in laboratory and comparing with the constitutive model offered in other documents, the model not only has less parameters and is easy to be determined, but also is simple.

Key words: loess; strength parameters; constitutive model; spherical stress; water content

0 引言

具有较强结构性的原状黄土, 其力学特征及应力应变关系随围压及含水量不同而变化的性质, 很早就受到研究人员的注意^[1-2]。但是反映应力-应变-含水量关系的数学描述以及非饱和黄土的力学参数随含水量变化的简单、实用经验性公式尚未见到^[3]。笔者以西安地区 Q_3 黄土为试验对象, 系统研究了黄土的应力应变曲线特征及随三向应力、含水

量的变化规律, 对基于试验所给出的本构模型参数、抗剪强度参数变化规律进行了分析探讨。该模型适用于描述应变强化及弱软化黄土的应力应变关系, 具有模型简单、参数少和易于确定的优点。

1 湿度状态对强度参数的影响

黄土抗剪强度主要受含水量控制, 随着含水量增加, 抗剪强度逐渐降低, 表现为凝聚力 c 和内摩擦角 φ 的减小。通常做法是, 用在至少 3 个不同三向

收稿日期: 2006 04 08

基金项目: 科技部预研项目(2002CCC00200)

作者简介: 赵法锁(1954), 男, 河南浉池人, 教授, 博士生导师, 从事动力滑坡学, 地质灾害评价与防治教学研究。E-mail: ddx01@chd.edu.cn

应力 σ_3 下分别测得主应力 σ_1 , 然后在 $\sigma - \tau$ 坐标系中, 以 $((\sigma_1 + \sigma_3) / 2, 0)$ 为圆心、以 $(\sigma_1 - \sigma_3) / 2$ 为半径做出至少 3 个摩尔圆, 利用做 3 个圆公切线的方法(图 1 中的斜直线 1), 得到 c 、 φ 值。由于该公切线是由曲线型强度包络线简化而成, 因此该直线型公切线几乎不能与 3 个摩尔圆同时相切, 导致用作图法求出的强度参数具有一定的随意性。笔者利用图 1 中直线 2 与直线 1 的关系, 通过计算获得强度参数 c 、 φ 值。首先由试验数据找出各摩尔圆的最大剪应力点(摩尔圆的顶点) $\tau_{\max} = (\sigma_1 - \sigma_3) / 2$, 然后对这些最大剪应力点进行线性拟合, 得到直线 2, 则有^[4]

$$c = \frac{a}{\cos \varphi} \quad \sin \varphi = \tan \theta \quad (1)$$

式中: a 、 θ 为直线 2 的截距和倾角; c 、 φ 为强度包络线 1 的截距和倾角。

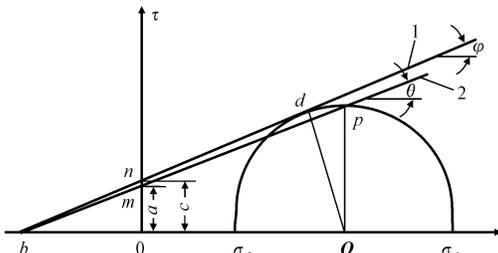


图 1 强度参数计算简图

Fig. 1 Calculation Sketch of Strength Parameters

由于最大剪应力点很容易由常规三轴试验结果确定, 因此由式(1)求得的参数稳定、合理。

按照上述方法, 由式(1)得到的不同含水量黄土强度参数的变化如图 2, 从曲线拟合的结果来看, c 和 $\tan \varphi$ 均随着含水量的增加成指数下降。

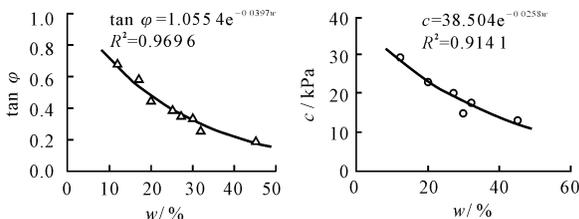


图 2 强度参数随含水量变化曲线

Fig. 2 Variation Curves of Strength Parameters with Water Content

2 屈服准则验证

研究证明^[5], 黄土发生塑性屈服的条件, 满足摩尔-库仑剪切屈服条件, 但是由于该屈服面在 π 平面上的投影为一个不规则六边形曲线^[6], 数值分析时, 对于六边形的这些尖顶和棱角间断点、线的处理, 将会引起许多意想不到的麻烦, 而且它会导

致计算变繁与收敛缓慢, 因此, 寻求一个在 π 平面上的投影为连续、光滑的外凸曲线, 对于黄土数值分析来说, 十分有意义。近年来, 在岩土材料的塑性分析中, 广泛采用 D-P 屈服条件, 它是广义 von Mises 屈服条件中的一种特殊情况, 在 π 平面上的投影就满足连续、光滑的条件。笔者通过对不同含水量黄土常规三轴试验结果分析, 验证了 D-P 屈服准则在黄土塑性屈服中的适用性。

依据文献[6], D-P 屈服准则为

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = K \quad (2)$$

$$\text{式中: } \alpha = \frac{\tan \varphi}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi}}; I_1 = 3\sigma_m; K = \frac{3c}{\sqrt{9 + 12 \tan^2 \varphi}}$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

将试验数据, 按式(2)处理后, 投在 $\sqrt{J_2} - I_1$ 表系坐标系中(图 3), 其结果可以看出, 不同含水量下黄土的屈服方程都近似为直线, 说明 Q₃ 黄土的屈服条件也符合 D-P 准则, 这给黄土的弹塑性数值分析带来了极大方便。

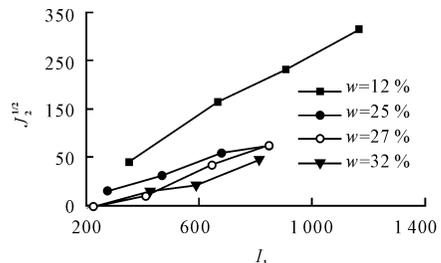


图 3 $J_2^{1/2} \sim I_1$ 坐标系中的 D-P 准则

Fig. 3 D-P Criterion in the Coordinate System of $J_2^{1/2} \sim I_1$

3 本构关系与三向应力、湿度状态的关系

对 Q₃ 黄土的室内 CU 试验表明, 在不同三向应力下进行等向固结的非饱和黄土应力应变曲线都为应变软化型。在峰值强度之前, 存在一小段近似线性的变形, 该段线性变形的范围则随着三向应力和含水量的增加而缩小, 峰值强度却随三向应力增加而变大。图 4 给出三向应力为 50 kPa 的黄土应力应变曲线, 显示出线性应变范围小于 1%。峰值强度以后, 黄土的承载能力随着轴向应变的增加而逐渐减小, 减小的幅度则随着含水量的增加而增加, 饱和黄土则具有强应变软化的特征。

3.1 三向应力对应力应变特征的影响

研究发现, 三向应力对黄土变形特征的影响主要表现在以下方面(图 5 给出了 $w = 12\%$ 的黄土变

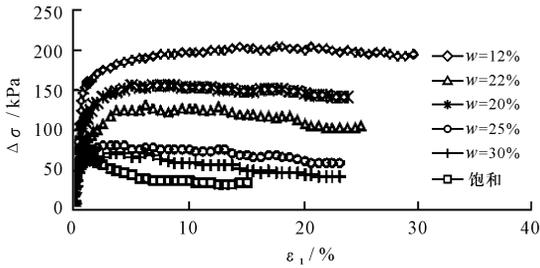


图 4 三向应力为 50 kPa 的黄土应力应变曲线

Fig. 4 Stress Strain Curves of Loess with Spherical Stress 50 kPa

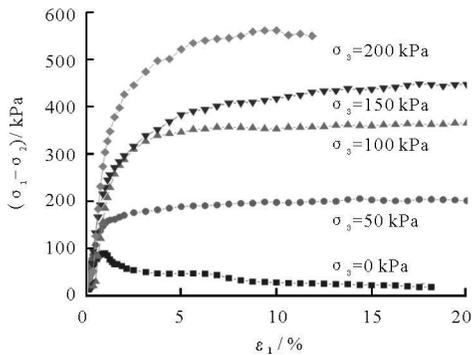


图 5 不同三向应力下的黄土应力应变曲线

Fig. 5 Stress Strain Curves of Loess with Variation Spherical Stress

形特性曲线): ①线性变形极限强度随着三向应力的增加而增大, 反映出固结压力对黄土的压密作用, 有利于提高黄土的弹性极限特性; ②黄土的极限强度随着三向应力的增加而逐渐变大; ③峰值强度前, 黄土的应力应变关系表现为应变硬化的特点, 说明 Q_3 黄土在压缩过程中, 主要表现为先剪缩后剪胀的特性; ④在三向应力为零的应力状态下, 黄土的压缩特性表现为强软化性; ⑤三向应力越大, 黄土的应变软化现象越明显。

3.2 湿度状态对应力应变特征的影响

湿度状态对黄土应力应变特征影响通过含水量变化来表现的。从试验结果显示其变化规律为(见图 4): ①三向应力一定时, 不同含水量黄土的应力应变曲线形状相同或相似; ②黄土极限强度及弹性极限均随着含水量的增加而减小; ③黄土的含水量越大, 应变软化现象越明显, 饱和含水量的黄土基本上显示出强应变软化的特征; ④黄土达到极限强度所对应的应变, 有随着含水量增加而减小的趋势。

3.3 黄土应变软化原因分析

刘祖典^[1]认为, 陕西晚更新世 Q_3 黄土的破坏形式受侧限压力(σ_3)和黄土的临界均压(σ_0)的影响比较大, 当 $\sigma_3 > \sigma_0$ 时, 土的结构在均压固结时遭到

部分破坏, 其应力-应变曲线表现为强硬化型, 反之, 则为弱硬化或弱软化型, 这里的 σ_0 实际上是 Q_3 黄土的结构屈服应力。笔者在分析了试验结果后认为, Q_3 黄土的结构屈服应力 $\sigma_0 = 100 \sim 150$ kPa。对陕西 Q_3 黄土的试验研究表明, 其结构屈服应力 σ_0 随含水量 w 增大而线性减少

$$\sigma_0 = 120 - 2.71w \quad (3)$$

式中: w 为含水量(%); σ_0 为结构屈服应力(kPa)。

式(3)说明, Q_3 黄土的结构屈服应力不是一个定值, 其最大值 $\sigma_{0\max} \leq 120$ kPa。按照这种思想当三向应力 $\sigma_3 > \sigma_0$ 时, 不论 Q_3 黄土的含水量如何变化, 其应力应变曲线应该为强硬化型, 但是对比试验发现, 不同排水条件下, 黄土的应力应变曲线形状差异极大, CU 剪切呈软化型, 图 6 为 $\sigma_3 = 100$ kPa、 $w = 32\%$ 的 CU、CD 剪切的对比应力应变曲线。

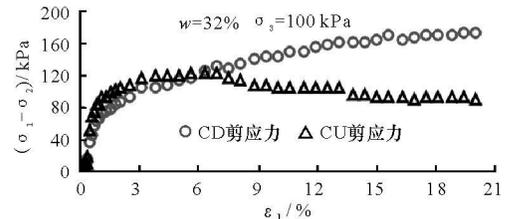


图 6 CU 与 CD 剪切应力应变曲线对比

Fig. 6 Comparing Stress Strain Curves of CU with that of CD

对比试验结果说明, 黄土的应力应变特征不仅和三向应力的相对大小有关, 还与试验的排水条件密切相关。这是因为 CD 剪切过程中, 超静孔隙压力始终为零, 土体剪缩现象明显, 强度则随着应变的增加而增大, 应力应变曲线表现为强硬化型; 而 CU 剪切过程中, 由于超静孔隙压力的不断累积, 导致黄土强度随应变增加而降低, 应变特征表现为软化型, 且非饱和黄土的含水量越大, 在应变相同的情况下, 超静孔隙压力越大(图 7), 强度降低幅度越大。实际上在黄土的变形过程中, 结构屈服应力主

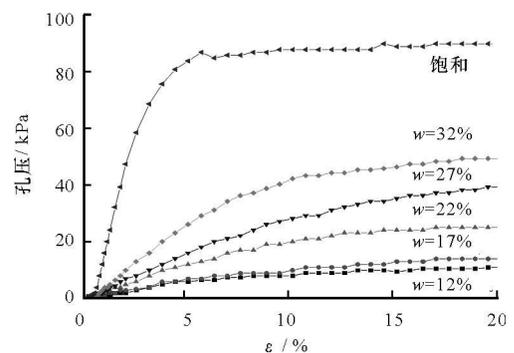


图 7 孔隙压力随含水量变化曲线

Fig. 7 Variation Curves of Pore Pressure with Water Content

要影响变形初期的应力应变曲线形状, 此时黄土的原始结构强度迅速发挥作用, 当轴向应变超过 1% 时, 黄土的原始结构强度将完全丧失掉, 此后的黄土力学行为则完全表现为重塑土的性质, 其本构关系可以用邓肯-张模型来描述(图 8)。其他三向应力条件下, 应力应变曲线类似。

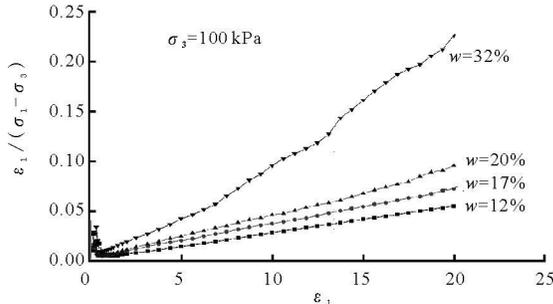


图 8 结构性黄土 $\varepsilon_1 / (\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$ 关系曲线

Fig. 8 Relation Curve of Structural Loess $\varepsilon_1 / (\sigma_1 - \sigma_3) - \varepsilon_1$

3.4 软化型本构方程的数学描述

3.4.1 本构方程数学描述

对于软化型黄土应力应变曲线的数学描述, 文献 [1] 曾经建议用两种函数分别描述

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1 (a + c \varepsilon_1)}{(a + b \varepsilon_1)^2} \quad (4)$$

式中: ε 为轴向应变; a 、 b 、 c 均为试验常数, 其中

$$b = \frac{1 - \sqrt{1 - q_r / q_p}}{2q_r}, \quad c = b - \frac{1}{4q_p}, \quad a = (b - 2c) (\varepsilon_1)_p$$

b 常数中 q_r 为残余强度; c 常数中 q_p 为峰值强度; a 常数中 $(\varepsilon_1)_p$ 为与峰值强度相应的轴向应变。

笔者给出式(4), 是根据黄土轴向应变为 5%~6% 的试验结果拟合而成。对于轴向应变超过 15% 的 Q_3 黄土应力应变关系来说, 上述的函数能否很好地描述, 经验证, 其结果表明, 当 $\varepsilon_1 \leq 15\%$ 时, 该函数所描述的曲线与试验结果比较吻合; 而当 $\varepsilon_1 > 15\%$ 后, 由于软化效应导致黄土强度降低, 使得试验值和计算值偏差随应变的增加而加大, 图 9 给出了三向应力为 50 kPa 部分含水量黄土的应力应变曲线的检验结果。工程实践中, 土体的强度通常是指峰值强度, 当强度曲线没有明显的峰值时, 一般取轴向应变为 15% 时所对应的应力值作为土体的强度值, 因此, 从工程应用角度出发, 式(4)能够很好地描述黄土的应力应变关系, 但是确定式(4)中的残余强度 q_r 比较困难, 这给应用和推广该公式带来诸多不便。

鉴于应用式(4)所存在的不便, 笔者仔细研究了不同含水量和不同三向应力下的 Q_3 黄土应力应

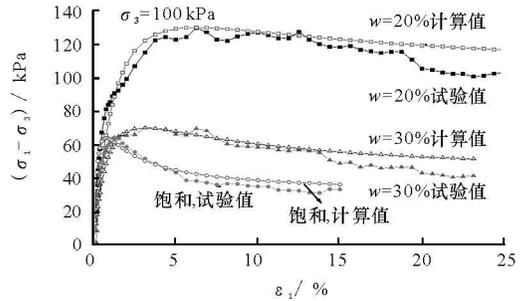


图 9 本构方程的试验验证

Fig. 9 Testing and Verifying for Constitutive Equation

变曲线特征后, 发现 CU 曲线经过最初不到 1% 的线性应变后, 逐渐屈服硬化, 达到峰值应力以后, 在轴向应变小于 15% 的变化情况下, 偏离极限值的幅度比较小(见图 4), 类似于存在强度上限的指数函数的形状(图 10), 利用式(5)的指数函数对试验结果进行拟合, 效果较好。因此, 式(5)可以用来描述非饱和 Q_3 黄土 CU 剪切的应力应变关系。

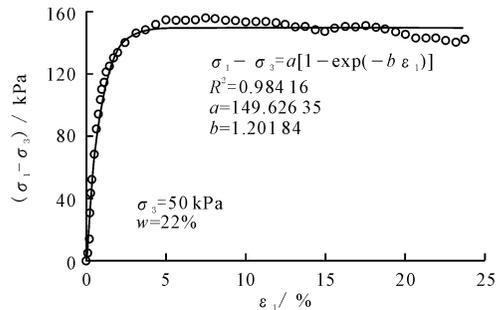


图 10 指数型黄土应力应变曲线

Fig. 10 Exponential Stress Strain Curves of Loess

$$\sigma_1 - \sigma_3 = a [1 - \exp(-b \varepsilon_1)] \quad (5)$$

相比较而言, 式(4)有 3 个参数, 式(5)只有 2 个参数; 确定式(4)中的残余强度 q_r 比较困难, 式(5)中的参数通过一次常规三轴试验即可求得, 具有参数少、容易确定的优点。可由试验得到黄土三轴强度的极限值 $a = (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$, 令 $R = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$, 由式(5)可以得到

$$\ln(1 - R) + b \varepsilon_1 = 0 \quad (6)$$

将应力应变曲线峰值前的试验值 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 点绘在 $\ln(1 - R) - \varepsilon_1$ 坐标系中, 则可得到一条斜率为 E 且过坐标原点的直线, 则: $-b = E$ 。

将求得的 a 、 b 值代入式(5)就可确定 Q_3 黄土 CU 试验的本构方程。

3.4.2 模型参数变化规律探讨

上述试验结果分析可知, 应变软化型黄土本构关系中 a 、 b 是和三向应力及黄土的湿度状态密切相关。笔者通过对有限的常规三轴试验结果分析

后,发现参数 a 、 b 的变化有一定规律可寻。

通过对不同应力下的黄土试验结果分析可知,反映黄土极限强度大小的参数 a ,随着含水量的增加而降低,随着三向应力的增加而增加,其变化规律如图 11。曲线拟合表明,参数 a 随含水量呈指数形式变化(表 1)。

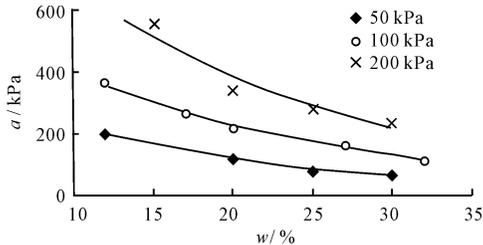


图 11 参数 a 变化规律

Fig. 11 Variation Law of Parameter a

表 1 参数 a 的拟合方程

Tab. 1 Fit Equation of Parameter a

σ_3 / kPa	方程	R^2
50	$a = 425.2 \exp(-0.0664 w)$	0.97
100	$a = 695.71 \exp(-0.0566 w)$	0.99
150	$a = 727.49 \exp(-0.0532 w)$	0.91
250	$a = 1193.9 \exp(-0.0575 w)$	0.94

结合图 11 中不同应力条件下曲线形状相似的特点,对表 1 中数据进一步分析得出,参数 a 随三向应力和含水量的变化规律可为

$$a = m(\sigma_3) \exp(-kw) \quad (7)$$

式中: $m(\sigma_3)$ 为三向应力 σ_3 的函数; k 近似为一与三向应力无关的试验常数。

研究发现 $m(\sigma_3)$ 也可以用指数函数来描述

$$m(\sigma_3) = 324.58 \exp(0.0063 \sigma_3) \quad (8)$$

将式(8)代入式(7)

$$a = 324.58 \exp(0.0063 \sigma_3 + kw) \quad (9)$$

式中: $k \approx 0.058$ 。

类似的参数 b 随含水量也呈指数型变化

$$b = j(\sigma_3) \exp[-n(\sigma_3)w] \quad (10)$$

式(10)表明,参数 b 同时受到三向应力和含水量的影响,而且这两个影响因素之间存在着交叉影响效应,对有限的试验结果分析表明, $j(\sigma_3)$ 和 $n(\sigma_3)$ 分别为指数函数和线性函数

$$j(\sigma_3) = 0.0468 \exp(0.0197 \sigma_3) \approx 0.047 \exp(0.02 \sigma_3) \quad (11)$$

$$n(\sigma_3) \approx -0.0006 \sigma_3 + 0.055 \quad (12)$$

由式(10)~式(12)同时考虑三向应力和含水量影响的参数可得到 b 的变化方程

$$b = 0.047 \exp[0.02 \sigma_3 + (0.0006 \sigma_3 - 0.055)w] \quad (13)$$

4 结语

(1)黄土的力学参数 c 、 $\tan \varphi$ 值随着含水量增加而呈指数型下降

$$c = 38.504 \exp(-0.0258 w)$$

$$\tan \varphi = 1.055 \exp(-0.04 w)$$

(2)Drucker Prager 屈服准则,在 $\sqrt{J_2} \sim I_1$ 表系坐标系中近似为直线型,因此适用于对黄土塑性屈服的判断。

(3)CU 剪切试验表明,黄土的应力应变为应变弱软化型。对比试验说明,软化现象不仅与黄土的结构应力有关,而且与超静孔隙压力的存在有关。三向应力和湿度状态(含水量)对曲线的形状影响较大,软化程度随着含水量的增大而加重,但随三向应力的增加而减弱。

(4)弱软化型黄土本构关系可用式(5)指数型函数近似描述。方程中参数可由一次常规三轴试验得到,其中参数 $a = (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 为非饱和黄土的峰值强度,参数 b 为直线 $\ln(1-R) + b\varepsilon_1 = 0$ 的斜率幅值, R 为黄土峰值强度前的主应力差与峰值强度的比值。

(5)不同三向应力和湿度状态下,黄土本构方程的参数不同,其中参数 a 几乎不随含水量而变化,仅是三向应力的函数,即 $a = 324.58 \exp(0.0063 \sigma_3 - 0.058 w)$; 参数 b 则同时受到三向应力和含水量的影响,且存在交叉影响效应,变化规律可以描述为: $b = 0.047 \exp[0.02 \sigma_3 + (0.0006 \sigma_3 - 0.055 w)]$ 。

(6)所得出的结构是建立在有限 Q_3 非饱和黄土试验研究与分析的基础上,对于文中给出结论的推广,还需要做进一步试验和分析。

参考文献:

- [1] 刘祖典. 黄土力学与工程[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1996.
- [2] 谢定义. 试论我国黄土力学研究中的若干新趋向[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(1): 3-13.
- [3] 沈珠江. 理论土力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000.
- [4] 华南理工大学, 湖南大学, 东南大学, 等. 地基及基础[M]. 第2版. 北京: 中国建筑工业出版社, 1991.
- [5] 邢义川, 罗亚生, 李振. 黄土的断裂破坏强度[J]. 水利发电学报, 1999(4): 36-44.
- [6] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002.