

地下工程风险分析的层次分析法及 MATLAB 应用

宋 飞, 赵法锁

(长安大学 地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054)

摘要: 针对层次分析法应用的不足, 探讨了层次分析法在 MATLAB 中的实现过程, 编制了相应的子函数程序, 解决了在层次分析法应用中, 采用近似的方法求解矩阵最大特征值和特征向量的问题。以基坑工程风险分析为例, 分析了层次分析法 MATLAB 程序在地下工程风险分析中的应用。结果表明, 层次分析法结合 MATLAB 应用, 能较好地进行地下工程多因素的风险分析。

关键词: 层次分析法; 程序; 基坑工程; 风险

中图分类号: TU47 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-6561(2008)03-0292-05

Application of Analytical Hierarchy Process and MATLAB Program for Risk Analysis of Underground Engineering

SONG Fei, ZHAO Fa-suo

(School of Geological Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

Abstract: In light of the application shortcoming of analytical hierarchy process(AHP), the realization process of AHP is analyzed in MATLAB and its subprograms are designed. The MATLAB program of AHP solves the problem of calculating maximum eigenvalue and eigenvector of comparison matrix with approximate methods. Through an example of risk analysis for foundation pit, AHP and MATLAB program are illustrated in the application of risk analysis for underground engineering. The application results show that the MATLAB program of AHP can be used to do multi-factors risk analysis for underground engineering well.

Key words: AHP; program; foundation pit; risk

0 引言

随着城市经济的快速增长, 地铁、地下管线、排污隧道、地下商业街、地下停车场等各种地下工程, 已经成为城市规划开发利用的明显趋势。21 世纪中国的城市建设, 将进入一个地下工程发展的时代。但是城市地下工程建设, 施工制约条件较多, 周边建筑物密集, 场地狭小, 往往施工条件很差, 技术难度很高, 而且工程各部位、各阶段、各工种和外部的衔接内容很多, 再加上地质环境、周边环境的复杂性, 致使其不确定性因素太多, 使得地下工程事故频频发生, 有的造成巨大经济损失和人员伤亡, 不但延误了工期, 对社会也造成了很大影响。

如何对工程事故进行有效的预防、控制、预警、决策, 已经成为一个亟待解决的问题。解决这一问题的关键就在于是否能够正确的面对风险、分析风险以及处理风险。近年来国内研究者对地下工程风险分析进行了初步研究。吴贤国等^[1] 根据工程风险评价的基本原理, 针对水下盾构隧道施工的特点, 提出了一种可以对水下隧道工程的施工风险进行定级评估的方法; 陈龙等^[2] 借鉴了日本等国家有关岩石隧道事故灾害的统计资料, 对目前岩石隧道建设过程中的风险因素进行了归类, 并给出了处理措施, 同时提出了一种实用的风险分析方法; 邓丽娜^[3] 介绍了层次分析法在隧道工程风险评估项目中的具体应用; 贾嘉陵等^[4] 根据北京西单立体交通

收稿日期: 2007-10-20

作者简介: 宋 飞(1976-), 男, 江苏铜山人, 讲师, 工学博士, 从事地质工程教学和研究。E-mail: sffe@163.com

工程施工安全风险调查采样分析, 统计计算风险权重和建立模糊矩阵, 定性、定量地比较了3种施工方法的安全风险。

在已有研究中, 常用的风险评价方法有风险指数法、层次分析法、模糊综合评判法等。其中, 层次分析法是一种定性与定量相结合的分析方法, 既可用于风险识别, 也可用于风险评价, 是目前较为常用的一种方法。实际上, 层次分析法的核心问题可以归结为矩阵最大特征值和特征向量的求解问题, 但在诸多层次分析法的应用中^[5-8], 对于最大特征值和特征向量的求解都是采用近似的方法, 使计算精度和效率受到了很大影响。研究发现, 矩阵特征值和特征向量的求解在 MATLAB 中可以轻松实现, 使计算精度和效率得到很大提高。笔者根据层次分析法原理, 分析了其在 MATLAB 中的实现过程, 通过实例分析了其在地下工程风险分析中的应用。

1 层次分析法基本原理

层次分析法是在专家调查的基础上运用数学方法来确定权值, 在一定程度上减少了专家主观因素的影响。利用确定的权值就可以对潜在风险进行风险等级划分, 进而确定各种风险的大小, 其中, 权重的确定是 AHP 的关键问题。层次分析法的基本原理及步骤如下:

1.1 建立递阶层次结构

首先要把复杂的问题分解为元素的各组成部分, 把这些元素按属性不同分为若干组, 以形成不同层次。同一层次元素作为准则, 对下一层次的某些元素起支配作用, 同时它又受上一层次元素的支配, 这种从上至下的支配关系形成了一个递阶层次。

1.2 构造判断矩阵

在建立递阶层次结构以后, 上下层之间元素的隶属关系就确定了。对于同一层次各因素, 通过进行专家咨询, 运用 1~9 比较尺度^[9] 进行相对于上一层因素重要性的两两比较, 统计综合后可得到下一层因素相对于上一层因素的判断矩阵

$$A = (a_{ij})_{n \times n} \quad (1)$$

式中: a_{ij} 为第 i 个因素相对于第 j 个因素的比较结果。矩阵 A 为互反矩阵, 即满足 $a_{ij} > 0$, $a_{ij} = 1/a_{ji}$, $a_{ii} = 1$ 。对于一个递阶层次结构, 从最顶层到底层有几个隶属关系, 就要建立几个判断矩阵。

1.3 计算层次单排序权重及一致性检验

层次单排序是指同一隶属关系的各因素对隶属于上一层次相应因素相对重要性的排序。相对重要性的程度用层次单排序权重来衡量, 即根据各因素对上一层相应因素的权值来进行排序。

对于每一判断矩阵 A , 先求出其最大特征值 λ_{\max} , 然后求出其相应特征向量 W , 即 $AW = \lambda_{\max} W$, 对 W 进行归一化后, 其各分量即为所对应的各因素的权值。

矩阵 A 的特征值常规求法可以由 A 的特征多项式来进行求解, 即根据下式

$$\det(A - \lambda I) = 0 \quad (2)$$

进行求得, 进一步可以求出对应的特征向量。但当阶数较高时, 用上式进行计算变得十分困难, 因此, 需要采取其他简便方法进行求解。目前, 在层次分析法的应用中, 一般都用近似的方法来求得最大特征值及对应特征向量的近似解, 用的最多是求和法和求根法。实际上, 矩阵的特征值和特征向量可以在 MATLAB 中轻松实现, 为层次分析法的应用提供了方便。

通过两两比较构造判断矩阵的办法虽能减少其他因素的干扰, 较客观地反映出一对因子相对重要性的差别, 但综合全部比较结果时, 其中难免存在一定程度的非一致性。因此, 最大特征值 λ_{\max} 计算出来后, 需要由 λ_{\max} 检验判断矩阵 A 是否严重地非一致性, 以便确定是否接受矩阵 A 。可以证明, 当 λ_{\max} 越大于矩阵 A 的阶数 n 时, A 的非一致性程度也就越严重, λ_{\max} 所对应的标准化特征向量也就越不能真实地反映出各因素的相对重要程度。一致性检验可用一致性比率 C_R 来衡量

$$C_I = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) \quad (3)$$

$$C_R = C_I / R_I \quad (4)$$

式中: C_I 为一致性指标; R_I 为随机一致性指标, 其取值详见文献[9]。当时 $C_R < 0.10$, 认为判断矩阵的非一致性是可以接受的, 可用其归一化的特征向量作为权向量, 否则应对判断矩阵 A 作适当调整。

1.4 计算层次总排序权重及一致性检验

层次总排序是指所有因素对总目标相对重要性的排序。层次单排序权重是一组元素对其上一层中某元素的权值向量, 而最终需要的是所有因素对总目标的权值, 即层次总排序权重。设 A 层 m 个因素 A_1, A_2, \dots, A_m , 对总目标的权重为 a_1, a_2, \dots, a_m , 下一层次 B 层的 n 个因素对上层 A_j 的层次

单排序为 $b_{1j}, b_{2j}, \dots, b_{nj}$ (当 B_i 与 A_j 无关时, $b_{ij} = 0$), 则 B 层的层次总排序为

$$b_i = \sum_{j=1}^m b_{ij} a_j \quad i = 1, \dots, n \quad (5)$$

由式(5)可以看出, 某一层总排序的权重为该层单排序的权重与隶属于上一层次因素总排序权重乘积之和。因此, 总排序权重的计算要由最高层至最低层逐层进行。

对层次总排序也需作一致性检验, 由最高层到最低层逐层进行。设 B 层有关因素对上层 (A 层) 因素 A_j 的层次单排序一致性指标为 C_{1j} , 随机一致性指标为 R_{1j} , 则 B 层层次总排序的一致性比率为

$$C_R = \frac{\sum_{j=1}^m a_j C_{1j}}{\sum_{j=1}^m a_j R_{1j}} \quad (6)$$

当 $C_R < 0.10$ 时, 认为层次总排序结果具有较满意的一致性, 通过一致性检验。

2 MATLAB 程序设计

MATLAB 具有强大的矩阵计算功能, 矩阵特征值和特征向量的求解在 MATLAB 中可以轻松实现^[10]。MATLAB 中求矩阵特征值和特征向量的函数是 eig 函数。其调用格式为 $[V, D] = \text{eig}(A)$, 其中, V 为特征向量矩阵, D 为特征值矩阵。层次分析法中, 需要求的是最大特征值及对应的归一化特征向量, 而且考虑到 eig 函数在求得特征值中可能会存在复数, 因此, 需要对求得的 V 、 D 进行适当选择, 可以定义一个 m 函数 maxeigvalvec.m 来实现。

```
function [maxeigval, w] = maxeigvalvec(A)
%求最大特征值及对应的归一化特征向量
%A 为判断矩阵
[eigvec, eigval] = eig(A);
eigval = diag(eigval); %特征值向量
eigvalimag = imag(eigval);
realind = find(eigvalimag < eps);
realeigval = eigval(realind); %实特征值
maxeigval = max(realeigval); %最大特征值
index = find(eigval == maxeigval);
vecinit = eigvec(:, index); %最大特征值对应的特征向量
w = vecinit ./ sum(vecinit); %特征向量归一化
定义 sglstortexamime.m 函数来实现层次单排序的一致性检验。
```

```
function [RI, CI] = sglstortexamime(maxeigval, A)
```

```
%层次分析法单排序一致性检验
% maxeigval 为最大特征值, A 为判断矩阵
n = size(A, 1);
RIT = [0.0 0.0 0.58 0.90 1.12 1.24 1.32
       1.41 ...
       1.45 1.49 1.51 1.54 1.56 1.58 1.59];
RI = RIT(n);
CI = (maxeigval - n) / (n - 1);
CR = CI / RI;
if CR >= 0.1
```

```
    disp([inputname(2)] ' [矩阵没通过一致性检验, 请重新调整判断矩阵]');
```

```
end
```

定义 tolsortvec.m 函数计算层次总排序的权重并进行一致性检验。

```
function tw = tolsortvec(utw, dw, CIC, RIC)
%求层次总排序权重并进行一致性检验
% utw 为上一层因素的总排序权重行向量
% dw 为下一层因素相对于上一层各因素的层次单排序权重矩阵
% CIC 为一致性指标列向量
% RIC 为随机一致性指标列向量
tw = dw * utw';
CR = utw * CIC / (utw * RIC);
if CR < 0.1
```

```
    disp('层次总排序通过一致性检验');
```

```
else
```

```
    disp('层次总排序没通过一致性检验, 请重新调整判断矩阵');
```

```
end
```

子函数编好之后, 就可以根据具体问题以及层次分析法的求解步骤编写主函数, 进行计算分析, 并最终对各因素进行权重排序, 确定各因素风险程度的大小。

3 应用分析

文中对深基坑工程进行风险分析, 说明层次分析法在地下工程风险分析中的 MATLAB 应用。目前, 国内外对深基坑工程风险的研究还处于起步阶段, 无论是理论水平还是实际应用都还有待于完善。

从基坑工程的每个阶段以及其他影响因素, 基

坑工程的风险主要可以分为勘察风险、设计风险、施工风险、监测风险、环境影响风险、自然风险以及人员安全风险等, 其中, 勘察风险、设计风险和施工风险是基坑工程风险分析的重点。因此, 以基坑工程作为风险分析的目标层(A), 主要把勘察风险(B₁)、设计风险(B₂)和施工风险(B₃)3 种风险作为基坑工程风险分析的第一层次, 第二层次考虑 10 种风险因素(C₁ ~ C₁₀), 见图 1。

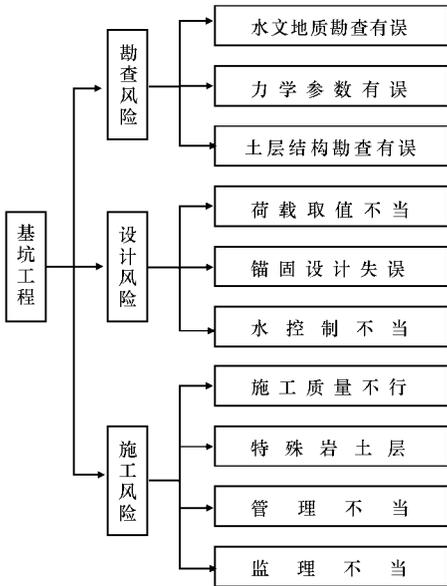


图 1 基坑工程风险分析层次结构

Fig. 1 Risk Analysis Hierarchy of Foundation Pit

根据图 1 的层次结构, 对各个风险因素进行两两比较评分, 得判断矩阵, 如表 1~4。

表 1 AB 判断矩阵

Tab. 1 AB Judging Matrix

A	B ₁	B ₂	B ₃
B ₁	1	1/3	1/5
B ₂	3	1	1/3
B ₃	5	3	1

表 2 B₁-C 判断矩阵

Tab. 2 B₁-C Judging Matrix

B ₁	C ₁	C ₂	C ₃
C ₁	1	1/6	1/2
C ₂	6	1	4
C ₃	2	1/4	1

表 3 B₂-C 判断矩阵

Tab. 3 B₂-C Judging Matrix

B ₂	C ₄	C ₅	C ₆
C ₄	1	1/7	1/5
C ₅	7	1	3
C ₆	5	1/3	1

表 4 B₃-C 判断矩阵

Tab. 4 B₃-C Judging Matrix

B ₃	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀
C ₇	1	6	3	8
C ₈	1/6	1	1/4	2
C ₉	1/3	4	1	7
C ₁₀	1/8	1/2	1/7	1

根据判断矩阵, 编写主程序, 进行层次分析法计算。

```
%main.m 主程序
```

```
clear;
```

```
a=[ 1 1/3 1/5; 3 1 1/3; 5 3 1];
```

```
b1=[ 1 1/6 1/2; 6 1 4; 2 1/4 1];
```

```
b2=[ 1 1/7 1/5; 7 1 3; 5 1/3 1];
```

```
b3=[ 1 6 3 8; 1/6 1 1/4 2; 1/3 4 1 7; 1/8 1/2 1/7 1];
```

%求每个判断矩阵的单排序权重并进行一致性检验

```
[ maxa, wa ] = maxeigvalvec(a);
```

```
[ maxb1, wb1 ] = maxeigvalvec(b1);
```

```
[ maxb2, wb2 ] = maxeigvalvec(b2);
```

```
[ maxb3, wb3 ] = maxeigvalvec(b3);
```

```
[ RIa, CIa ] = sglsortexamine(maxa, a);
```

```
[ RIb1, CIb1 ] = sglsortexamine(maxb1, b1);
```

```
[ RIb2, CIb2 ] = sglsortexamine(maxb2, b2);
```

```
[ RIb3, CIb3 ] = sglsortexamine(maxb3, b3);
```

%求层次总排序权重并进行一致性检验

```
dw = zeros(10, 3);
```

```
dw(1 : 3, 1) = wb1; dw(4 : 6, 2) = wb2; dw
```

```
(7 : 10, 3) = wb3;
```

```
CIC = [ CIb1; CIb2; CIb3];
```

```
RIC = [ RIb1; RIb2; RIb3];
```

```
tw = tolsortvec(wa, dw, CIC, RIC);
```

在 MATLAB 命令窗口中运行 main.m 主程序, 可得到第二层次各因素的总排序权重为

```
tw = [ 0 011 1 0 073 4 0 020 2 0 018 6 0 167 7 0 072 0 0 366 7 0 055 2 0 183 1 0 032 1]
```

在程序运行中, 没有出现“矩阵没通过一致性检验, 请重新调整判断矩阵”的字样, 说明每个判断矩阵都通过了一致性检验; 在程序结束后, 出现了“层次总排序通过一致性检验”, 说明第二层次总排序通过了一致性检验, 因此, 所计算的总排序权重是可以接受的。

根据计算的各因素权重值,就可以对基坑中的风险因素进行风险排序或分级。权重的大小顺序代表了风险的大小顺序,如施工质量不过关因素的权重最大,为 0.366 7,说明其风险最大;而水文地质勘查有误因素的权重最小,为 0.011 1,说明其风险最小。也可以根据权重值的范围进行风险分级,如权重大于等于 0.1 可以定为一级风险(严重),0.02 小于等于权重小于 0.1 定为二级风险(较严重),权重小于 0.02 定为三级风险(一般)。当然风险分级时,根据不同问题以及不同情况分级标准也有所差异。

4 结语

(1)根据层次分析法的基本原理,用 MATLAB 编制计算程序,使计算精度和效率得到了很大提高,解决了层次分析法在应用中采用近似方法求解矩阵的最大特征值和特征向量的问题。

(2)以基坑工程风险分析为例,用层次分析法作地下工程风险分析,结果表明,层次分析法结合 MATLAB 应用,能较好地进行地下工程多因素的风险分析,可以揭示各因素风险的大小关系,是一

种进行地下工程风险分析行之有效的办法。

参考文献:

- [1] 吴贤国,王 锋. R=P×C 法评价水下盾构隧道施工风险[J]. 华中科技大学学报:城市科学版, 2005, 22(4): 44-46.
- [2] 陈 龙,黄宏伟. 岩石隧道工程风险浅析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(1): 110-115.
- [3] 邓丽娜. 层次分析法在隧道工程风险评估中的应用[J]. 四川建筑, 2005, 25(1): 142-143.
- [4] 贾嘉陵,王梦恕,张顶立. 北京西单立体交通工程施工安全风险模糊分析[J]. 中国安全科学学报, 2004, 14(12): 9-13.
- [5] 李 崧,邱 微,赵庆良,等. 层次分析法应用于黑龙江省生态环境质量评价研究[J]. 环境科学, 2006, 27(5): 1031-1034.
- [6] 陈建军,卞艺杰. 层次分析法在水利工程项目风险评估中的应用[J]. 水利经济, 2007, 25(1): 13-16.
- [7] 方 燕,党志良. 基于层次分析法的渭河流域水环境质量综合评价[J]. 水资源与水工程学报, 2005, 16(1): 45-48.
- [8] 赵法锁,宋 飞,王艳婷,等. 基于 GIS 的略阳县地质环境质量评价[J]. 地球科学与环境学报, 2006, 28(1): 88-91.
- [9] 蔡锁章. 数学建模原理与方法[M]. 北京:海洋出版社, 2000.
- [10] 苏金明,阮沈勇. MATLAB 实用教程[M]. 北京:电子工业出版社, 2005.

欢迎订阅 2009 年《地球科学与环境学报》

《地球科学与环境学报》(1979 年创刊,刊名先后为《西安地质学院学报》、《西安工程学院学报》、《长安大学学报(地球科学版)》)是教育部主管、长安大学主办的地学综合类学术期刊,系中国科技核心期刊,其先后被美国《化学文摘》、美国《地质学题录与索引》、美国《剑桥科学文摘:自然科学》、美国《石油文摘》、美国《乌利希国际期刊指南》、俄罗斯《文摘杂志》、《中国核心期刊(遴选)数据库》、《中国科学引文数据库》、《中国地质文摘》、《中国石油文摘》等国内外十余家著名权威文摘或数据库固定收录。

本刊刊登内容主要有基础地质与矿产地质、水文地质与工程地质、环境地质与生态地质、地球物理、地球信息科学等,重点报道地学前缘及交叉学科的高水平科技成果,突出西部大开发中资源勘查、干旱与半干旱地区地质与生态环境保护以及国家重要基础工程建设中重大地质科技问题。

在此,热诚欢迎广大地学科技工作者为本刊撰写论文,对高质量特别是国家各种基金项目或重大科技攻关项目产出的论文将优先发表。

《地球科学与环境学报》为季刊,每季末月出版,112 页,每册定价 8 元,邮发代号 52-280,国外代号 Q4115,邮局漏订者亦可直接同本刊编辑部联系。

本刊地址:西安市雁塔路南段 126 号长安大学雁塔校区;邮政编码:710054;电话:(029)82339978; E-mail: dkyhxb@chd.edu.cn